Hrvatska informatička olimpijada

Zagreb, 25. ožujka 2017.

Zadaci

Ime zadatka	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Broj bodova
Ili	4 sekunde	1024 MiB	100
Raspad	6 sekundi	1024 MiB	100
Trapezi	0.5 sekundi	1024 MiB	100
Zagrade	3 sekunde	1024 MiB	100
Ukupno			400

ministarstvo znanosti i obrazovanja

HRVATSKI SAVEZ INFORMATIČARA

HRVATSKA ZAJEDNICA TEHNIČKE KULTURE

Zadatak: Ili

Mirko u svojoj radionici izgrađuje jednostavan logički sklop. Sklop se sastoji od n *polaznih žica* označenih s x_1, x_2, ..., x_n te m logičkih elemenata ILI označenih s c_1, c_2, ..., c_m. Svaki element ima točno dva *ulaza* i jedan *izlaz*. Svaki od ulaza je spojen ili na neku polaznu žicu x_j ili na izlaz nekog drugog elementa c_j. Naravno, u logičkom sklopu ne postoje ciklusi te, štoviše, vrijedi da je ulaz od c_j dozvoljeno spojiti na izlaz od c_i samo kada je $i < j$.

Svaka polazna žica u sklopu može biti postavljena na vrijednost 0 ili 1, a vrijednost izlaza svakog elementa je logička ILI operacija njegovih ulaza — vrijednost izlaza je 0 ako je vrijednost oba ulaza 0, a inače je 1.

Mirku su nepoznate vrijednosti polaznih žica, ali je pažljivim mjerenjima odredio vrijednosti na izlazima nekih elemenata. Pronađite sve ostale vrijednosti izlaza koje se mogu jednoznačno odrediti na temelju provedenih mjerenja.

Ulazni podaci

U prvom redu nalaze se prirodni brojevi n i m — broj polaznih žica te broj elemenata u sklopu. U sljedećem redu nalazi se niz od točno m znakova koji opisuje rezultate mjerenja — j-ti znak u tom nizu odgovara izmjerenoj vrijednosti na izlazu elementa c_j ili je jednak "`?`" ako Mirko nije izvršio to mjerenje. U j-tom od sljedećih m redova nalaze se oznake dvaju ulaza u sklop c_j, svaka oznaka je ili oznaka polazne žice oblika "`x`i" gdje je $1 \leq i \leq n$ ili oznaka elementa "`c`i" gdje je $1 \leq i < j$. Dozvoljeno je da ulazi u sklop c_j budu isti. Možete pretpostaviti da su izmjerene vrijednosti međusobno konzistentne.

Izlazni podaci

U prvi red ispišite niz od m znakova — j-ti znak u nizu treba odgovarati vrijednosti izlaza od c_j ili biti "`?`" (upitnik) ako se ta vrijednost ne može jednoznačno odrediti.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	7	$n \leq 15, m \leq 20$
2	42	$n \leq 500, m \leq 500$
3	51	$n \leq 10\,000, m \leq 10\,000$

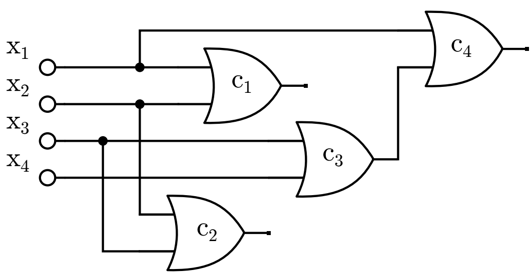
Primjeri test podataka

ulaz

```
4 4
10??
x1 x2
x2 x3
x3 x4
x1 c3
```

izlaz

```
10?1
```



ulaz

```
4 5
11???
x1 x2
x3 x4
x1 x3
x2 x4
c3 c4
```

izlaz

```
11??1
```

Zadatak: Raspad

Obližnji pašnjak se sastoji od *polja* kvadratnog oblika organiziranih u n redaka i m stupaca. Retci su označeni brojevima od 1 do n odozgo prema dolje, a stupci brojevima od 1 do m slijeva na desno. Neka polja su travnata (označena znamenkom "1") dok su neka pod vodom radi obilnih proljetnih kiša (označena znakom "0"). Dva travnata polja su *povezana* ako je moguće doći od jednog do drugog nizom koraka gdje u svakom koraku prelazimo na susjedno travnato polje gore, dolje, lijevo ili desno. *Komponenta* je skup međusobno povezanih travnatih polja koji je *maksimalan* u smislu da ako je A neko polje u komponenti K onda su svi travnati susjedi od A također u komponenti K.

Za zadani pašnjak P i zadane indekse a i b ($1 \leq a \leq b \leq n$), P_b^a je pašnjak koji se sastoji od redova između a-tog i b-tog retka originalnog pašnjaka P (uključujući i a-ti i b-ti redak). *Složenost* pašnjaka P_b^a je broj komponenti travnatih polja koje pašnjak sadrži. Odredite sumu složenosti svih mogućih pašnjaka P_b^a.

Ulazni podaci

U prvom redu nalaze se prirodni brojevi n i m — dimenzije pašnjaka. U svakom od sljedećih n redova nalazi se niz od točno m znakova koji predstavlja jedan redak pašnjaka. Svaki znak u nizu je znamenka "0" ili znamenka "1".

Izlazni podaci

Ispišite traženu sumu svih složenosti.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	9	$n \leq 100$, $m \leq 50$
2	17	$n \leq 1\,000$, $m \leq 50$
3	35	$n \leq 100\,000$, $m \leq 15$
4	39	$n \leq 100\,000$, $m \leq 50$

Primjeri test podataka

ulaz

```
4 4
1101
1111
1010
1011
```

izlaz

```
14
```

ulaz

```
5 7
0100010
0111110
0101001
1111011
0100100
```

izlaz

```
33
```

ulaz

```
4 12
011111010111
110000101001
110111101111
111101111111
```

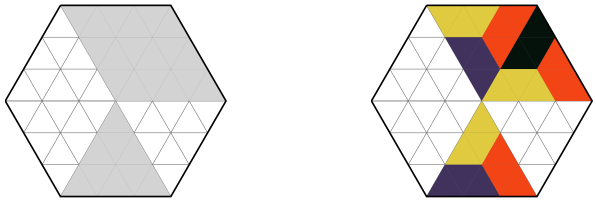
izlaz

```
28
```

Pojašnjenje prvog primjera: Ako s $|P_b^a|$ označimo složenost pašnjaka P_b^a onda vrijedi $|P_1^1| = 2$, $|P_2^1| = 1$, $|P_3^1| = 1$, $|P_4^1| = 1$, $|P_2^2| = 1$, $|P_3^2| = 1$, $|P_4^2| = 1$, $|P_3^3| = 2$, $|P_4^3| = 2$, $|P_4^4| = 2$, a suma svih ovih brojeva je 14.

Zadatak: Trapezi

Šesterokutnu slagalicu veličine n dobijemo tako da pravilni šesterokut podijelimo na jednakostranične trokute crtanjem $2n - 1$ pravilno razmaknutih paralelnih linija između svaka tri para nasuprotnih strana šesterokuta. Neki od trokuta u slagalici su osjenčani i njih treba pokriti *pločicama* slagalice. Svaka pločica je trapez koji se sastoji od tri jednakostranična trokuta poredana jedan do drugog. Pločice dolaze u 6 boja označenih brojevima od 1 do 6, a na raspolaganju imamo neograničen broj pločica svake boje.



Slika 1: Slagalica veličine 3 iz prvog primjera test podataka i jedno rješenje.

Cilj slagalice je složiti pločice na šesterokut tako da vrijedi:

1. Svaka pločica je postavljena tako da potpuno pokriva tri osjenčana trokuta.
2. Svaki osjenčani trokut je pokriven točno jednom pločicom.
3. Pločice iste boje se ne dodiruju duž stranice nekog trokuta (dozvoljeno je da se dodiruju u kutu).

Odredite je li moguće riješiti zadanu slagalicu te, ako je moguće, pronađite jedno rješenje.

Ulazni podaci

U prvom redu nalazi se prirodni broj n — veličina slagalice. Slijedi $2n$ redova koji opisuju retke slagalice odozgo prema dolje. Svaki od tih redova sadrži niz znakova koji opisuje trokute u jednom retku slagalice slijeva na desno. Znamenka "`0`" označava osjenčani trokut dok znak "`.`" (točka) označava trokut koji nije osjenčan. Možete pretpostaviti da je barem jedan trokut osjenčan.

Izlazni podaci

Ako slagalicu nije moguće riješiti, u prvi red ispišite "`nemoguce`". Inače, ispišite $2n$ redova koji opisuju rješenje u istom obliku u kojem je slagalica zadana na ulazu. Osjenčani trokut je, umjesto znamenkom "`0`", potrebno označiti jednom od znamenki "`1`" do "`6`" koja predstavlja boju pločice kojom je trokut pokriven.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	6	$n = 1$
2	17	$n = 2$
3	18	$n = 3$
4	22	$n = 4$
5	37	$n = 5$

Primjeri test podataka

ulaz

```
3
.000000
...000000
.....000000
.....0.....
...000...
.00000.
```

izlaz

```
.111224
...332442
.....311122
.....1.....
...112...
.33322.
```

ulaz

```
1
.0.
0.0
```

izlaz

```
nemoguce
```

ulaz

```
2
0000.
0000000
..00.0.
.0000
```

izlaz

```
1222.
1133111
..31.2.
.1122
```

Zadatak: Zagrade

Izraz je niz znakova koji se sastoji samo od zagrada i u kojem su te zagrade ispravno uparene. Na primjer, “`()()`” i “`(()())`” su izrazi dok “`)(`” i “`()(`“ nisu. Točnije, izraze definiramo induktivno na sljedeći način:

- “`()`” je izraz.
- Ako je a izraz onda je i “`(`a`)`” izraz.
- Ako su a i b izrazi onda je i “ab” izraz.

Stablo je struktura koja se sastoji od n *čvorova* označenih brojevima od 1 do n i $n-1$ *bridova* postavljenih tako da između svaka dva čvora stabla postoji jedinstven put. Dodatno, u svaki čvor je upisan točno jedan znak i to otvorena zagrada “`(`” ili zatvorena zagrada “`)`”. Za različite čvorove a i b ($1 \le a, b \le n$), $w_{a,b}$ je niz znakova koji dobijemo tako da prođemo po jedinstvenim putu od a do b te, jedan po jedan, dodajemo znak zapisan u čvoru kroz koji prolazimo. Niz $w_{a,b}$ sadrži i znak zapisan u čvoru a (na prvoj poziciji) i znak zapisan u čvoru b (na zadnjoj poziciji).

Odredite ukupan broj parova različitih čvorova a i b takvih da je $w_{a,b}$ ispravan izraz.

Ulazni podaci

U prvom redu nalazi se prirodni broj n — broj čvorova u stablu. Sljedeći red sadrži niz od n znakova gdje je svaki znak otvorena ili zatvorena zagrada — j-ti znak u nizu je znak zapisan u čvoru j. Svaki od sljedećih $n-1$ redova sadrži dva različita prirodna broja x i y ($1 \le x, y \le n$) — oznake čvorova direktno povezanih bridom. Čvorovi i bridovi čine stablo kao što je opisano u tekstu zadatka.

Izlazni podaci

Ispišite traženi broj parova.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$n \le 1\,000$
2	30	$n \le 300\,000$, stablo je *lanac* — svaki čvor $x = 1, \ldots, n-1$ je povezan bridom s čvorom $x+1$.
3	60	$n \le 300\,000$

Primjeri test podataka

ulaz

```
4
(())
1 2
2 3
3 4
```

izlaz

```
2
```

ulaz

```
5
())((
1 2
2 3
2 4
3 5
```

izlaz

```
3
```

ulaz

```
7
)()()((
1 2
1 3
1 6
2 4
4 5
5 7
```

izlaz

```
6
```