# HONI 2017/2018

5. kolo, 20. siječnja

## Zadaci

| Zadatak | Vremensko ograničenje | Memorijsko ograničenje | Broj bodova |
|---|---|---|---|
| **Serija** | 1 s | 64 MB | 20 |
| **Krug** | 1 s | 64 MB | 30 |
| **Olivander** | 1 s | 64 MB | 50 |
| **Spirale** | 1 s | 64 MB | 80 |
| **Birokracija** | 1 s | 64 MB | 100 |
| **Karte** | 1 s | 64 MB | 120 |
| **Pictionary** | 1.5 s | 64 MB | 140 |
| **Planinarenje** | 1 s | 256 MB | 160 |
| **Ukupno** | | | 700 |

Broj osvojenih bodova jednak je zbroju bodova 5 zadataka koji donose najviše bodova.
Najveći mogući broj bodova je 600.

Perica je shvatio da je trenutno *S* sati i *M* minuta te da će za točno *N* minuta početi njegova omiljena serija. Ako znamo trenutno vrijeme ispišite u koliko sati i minuta će početi serija.

## ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodan broj *S* (1 ≤ *S* ≤ 22), sat iz teksta zadatka.
U drugom retku nalazi se prirodan broj *M* (0 ≤ *M* ≤ 59), minuta iz teksta zadatka.
U trećem retku nalazi se prirodan broj *N* (1 ≤ *N* ≤ 59), broj iz teksta zadatka.

## IZLAZNI PODACI

U jedinom retku treba ispisati sat i minutu početka serije.

## PRIMJERI TEST PODATAKA

| ulaz | ulaz | ulaz |
|---|---|---|
| 10<br>20<br>10 | 15<br>20<br>40 | 22<br>50<br>15 |
| **izlaz** | **izlaz** | **izlaz** |
| 10 30 | 16 0 | 23 5 |

Mali Fabijan je prošli sat matematike učio pravokutnike. Danas je učio krugove.
Zapitao se: ako imam pravokutnik s duljinama stranica $A$ i $B$, koliki je polumjer najvećeg kruga koji mogu smjestiti u taj pravokutnik tako da ne izlazi iz granica pravokutnika (može dodirivati granice). Pomozite mu odgovoriti na to pitanje.

## ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalaze se brojevi $A$ i $B$ ($1 \le A, B \le 100$), stranice pravokutnika.

## IZLAZNI PODACI

Ispišite traženi polumjer. Garantiramo da će odgovor biti prirodan broj.

## PRIMJERI TEST PODATAKA

| ulaz | ulaz |
|---|---|
| 2 2 | 12 13 |
| **izlaz** | **izlaz** |
| 1 | 6 |

Harry Potter je u borbi s Voldemortom oštetio svoj čarobni štapić te je odlučio potražiti novi u Olivanderovom dućanu. U dućanu je na podu ugledao *N* štapića i *N* kutija za štapiće. Duljine štapića su redom $X_1$, $X_2$...$X_n$, a veličine kutija $Y_1$,$Y_2$...$Y_n$. Štapić duljine *X* možemo staviti u kutiju veličine *Y* ako je $X \le Y$. Harryja zanima može li sve štapiće smjestiti u kutije tako da u svakoj kutiji bude točno jedan štapić. Pomozite mu odgovoriti na ovo teško pitanje.

## ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodan broj *N* ($1 \le N \le 100$), broj iz teksta zadatka.
U drugom retku redom se nalazi *N* prirodnih brojeva $X_i$ ($1 \le X_i \le 10^9$), brojevi iz teksta zadatka.
U trećem retku redom se nalazi *N* prirodnih brojeva $Y_i$ ($1 \le Y_i \le 10^9$), brojevi iz teksta zadatka.

## IZLAZNI PODACI

Ako Harry može sve štapiće smjestiti u kutije ispišite “DA”, a inače ispišite “NE”.

## BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 60% bodova vrijedit će $N \le 9$.

## PRIMJERI TEST PODATAKA

| ulaz | ulaz | ulaz |
|---|---|---|
| 3<br>7 9 5<br>6 13 10 | 4<br>5 3 3 5<br>10 2 10 10 | 4<br>5 2 3 2<br>3 8 3 3 |
| **izlaz** | **izlaz** | **izlaz** |
| DA | NE | DA |

**Pojašnjenje prvog test primjera:**
Harry može smjestiti štapiće u kutije. Na primjer može staviti štapić duljine 5 u kutiju veličine 6, štapić duljine 7 u kutiju veličine 13 i štapić duljine 9 u kutiju veličine 10.

**Pojašnjenje drugog test primjera:**
Harry ne može smjestiti štapiće u kutije jer u kutiju veličine 2 ne stane niti jedan štapić.

Mali Stjepan često se zabavlja s prijateljima u jednom popularnom zagrebačkom klubu. Međutim, Stjepan ponekad popije previše soka pa mu se zavrti u glavi od prevelike količine šećera u krvi. Upravo to se dogodilo prošle večeri zbog čega je Stjepan pred očima stalno imao istu sliku, neke spiralne črčkarije. Ne sjeća se baš točno kako je ta slika izgledala, ali je zna opisati pa Vas moli da je rekonstruirate za njega.

Stjepan se sjeća da je slika imala oblik tablice s *N* redaka i *M* stupaca u kojoj su bili zapisani neki brojevi. Također se sjeća da je pri stvaranju slike sudjelovalo *K spirala*. Za svaku spiralu poznata je početna pozicija u tablici te smjer širenja spirale koji može odgovarati smjeru kazaljke na satu ili smjeru suprotnom od kazaljke na satu kao što je prikazano na slikama ispod. Spirale su Stjepanovu sliku stvarale u točno $10^{100}$ koraka na sljedeći način:

1. U prvom koraku tablica je prazna, a svaka spirala nalazi se na svojoj početnoj poziciji.
2. U svakom sljedećem koraku svaka se spirala pomakne na sljedeću poziciju. Moguće je da spirale na trenutke izlaze van okvira tablice, ali i da se natrag vrate u tablicu.
3. Nakon točno $10^{100}$ koraka za svako polje tablice pogleda se oznaka najranijeg koraka u kojem se neka spirala nalazila na tom mjestu i ta se vrijednost zapiše na to polje u tablici.

| | | |
|---|---|---|
| 9 | 2 | 3 |
| 8 | 1 | 4 |
| 7 | 6 | 5 |

*Slika 1: spirala koja se kreće u smjeru kazaljke na satu*

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 9 |
| 4 | 1 | 8 |
| 5 | 6 | 7 |

*Slika 2: spirala koja se kreće u smjeru obrnutom od smjera kazaljke na satu*

## ULAZNI PODACI

U prvom retku nalaze se prirodni brojevi $N$, $M$ ($1 \le N, M \le 50$) i $K$ ($1 \le K \le N \cdot M$).
U sljedećih $K$ redaka nalaze se po tri cijela broja $X_i$, $Y_i$ ($1 \le X \le N$, $1 \le Y \le M$), koji označavaju početnu poziciju $i$-te spirale, i $T_i$ koji predstavlja smjer kretanja $i$-te spirale (0 - u smjeru kazaljke na satu ili 1 - u smjeru suprotnom kazaljki na satu). Nijedne dvije spirale neće započeti na istoj poziciji.

## IZLAZNI PODACI

U $N$ redaka ispišite po $M$ brojeva koji predstavljaju izgled tablice nakon što svaka spirala napravi $10^{100}$ koraka.

## BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 50% bodova vrijedit će: $N=M$ i $K=1$ i $X_i=Y_i=\lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor$, tj. $X_i$ i $Y_i$ bit će jednake cjelobrojnom dijeljenju broja $N+1$ s 2.

## PRIMJERI TEST PODATAKA

**ulaz**

```
3 3 1
2 2 0
```

**izlaz**

```
9 2 3
8 1 4
7 6 5
```

**ulaz**

```
3 3 1
2 2 1
```

**izlaz**

```
3 2 9
4 1 8
5 6 7
```

**ulaz**

```
3 3 2
1 1 0
1 2 0
```

**izlaz**

```
1 1 4
6 5 5
19 18 17
```

**Pojašnjenje trećeg test primjera:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A10 | A11, B10 | A12, B11 | A13, B12 | B13 |
| A9 | A2, B9 | A3, B2 | A14, B3 | B14 |
| A8 | A1, B8 | A4, B1 | A15, B4 | B15 |
| A7 | A6, B7 | A5, B6 | A16, B5 | B16 |
| A20, B21 | A19, B20 | A18, B19 | A17, B18 | B17 |

Na slici je (zbog preglednosti) uz oznake koraka prve spirale dodano slovo A, a uz oznake koraka druge spirale slovo B. Prikazano je samo prvih 20 koraka prve spirale i 21 korak druge spirale zbog preglednosti. Polja koja su zatamnjena su polja iz tablice koja nas zanimaju, sva ostala polja se nalaze izvan tablice, ali su prikazana da se vidi kako se spirale kreću izvan tablice.

Mirko je postao CEO ogromne korporacije. Njegova korporacija sastoji se od $N$ ljudi, i oni su označeni brojevima od 1 do $N$, pritom Mirko ima oznaku 1. Korporacija je organizirana tako da svaki zaposlenik (osim Mirka) ima svog šefa, i tada kažemo da je taj zaposlenik pomoćnik tog šefa. Svaki šef može imati više pomoćnika, ali i dalje odgovara svojem šefu. To vrijedi za sve osim Mirka, koji je na vrhu piramide i nema svog šefa, ali ima svoje pomoćnike.

Kad Mirko od investitora dobije neki zadatak koji treba odraditi, on taj zadatak proslijedi svojem pomoćniku s najmanjom oznakom da ga obavi. Taj pomoćnik tada to proslijedi svojem pomoćniku s najmanjom oznakom i taj proces se ponavlja sve dok se zadatak ne dodijeli nekoj osobi koja nema pomoćnika, i tada taj nesretnik zbilja mora obaviti taj posao.

Pravi problemi tada tek počinju. Osoba koja je obavila posao dobiva honorarno 1 novčić, šef te osobe dobiva 2 novčića, šef tog šefa dobiva 3 novčića, i tako dalje, sve do Mirka, koji dobiva onoliko novčića koliko se ljudi nalazilo u tom nizu. Nakon toga, zaposlenik koji je zbilja obavio posao shvaća o kakvom je nepoštenju riječ i iz principa daje otkaz.

Za obavljanje sljedećeg zadatka u korporaciji je jedna osoba manje, pa su možda i honorari manji, ali posao ne smije stati. Zadataka ima i previše, pa se cijeli postupak (dodjeljivanje novog zadatka, obavljanje istog, podjela honorara i otkaz zaposlenika koji ga je obavio) ponavlja dok Mirko ne ostane sam u firmi i obavi svoj prvi (a ujedno i posljednji) zadatak.

Naravno da se do tada Mirko masno obogatio, ali ga zanima koliko je novaca honorarno zaradio svaki od zaposlenika.

## ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodni broj $N$ ($2 \le N \le 2 \cdot 10^5$), broj zaposlenika (uključujući Mirka).
U sljedećem retku nalazi se $N$ - 1 prirodnih brojeva, $a_2$, $a_3$, $a_4$, …, $a_n$ ($1 \le a_i < i$), pritom $a_i$ označava šefa zaposlenika $i$.

## IZLAZNI PODACI

U jedinom retku ispišite $N$ brojeva, $i$-ti od njih treba odgovarati količini novaca koju je zaradio $i$-ti zaposlenik.

## BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 50% bodova vrijedit će $2 \le N \le 5000$.

## PRIMJERI TEST PODATAKA

| ulaz | ulaz |
|---|---|
| 3<br>1 1 | 5<br>1 2 2 4 |
| **izlaz** | **izlaz** |
| 5 1 1 | 13 8 1 3 1 |

**Pojašnjenje drugog test primjera:**
Mirko prvi zadatak dodjeljuje zaposleniku 2, koji ga onda dodjeljuje zaposleniku 3, koji ga onda odrađuje. Za to zaposlenik 3 dobiva 1 novčić, zaposlenik 2 dobiva 2 novčića, te zaposlenik 1 (tj. Mirko) dobiva 3 novčića. Zaposlenik 3 tada daje otkaz.
Mirko drugi zadatak dodjeljuje zaposleniku 2, koji ga onda dodjeljuje zaposleniku 4 (jer je zaposlenik 3 dao otkaz), koji ga onda dodjeljuje zaposleniku 5, koji ga onda odrađuje. Za to zaposlenik 5 dobiva 1 novčić, zaposlenik 4 dobiva 2 novčića, zaposlenik 2 dobiva 3 novčića, te zaposlenik 1 dobiva 4 novčića. Zaposlenik 5 tada daje otkaz.
Postupak se tako ponavlja za ukupno 5 zadataka.
Mirko sveukupno dobiva 13 novčića, zaposlenik 2 ih dobiva 8, zaposlenik 4 dobiva 3, te zaposlenici 3 i 5 dobivaju svaki po 1 novčić.

*...Uzmi ove karte, lijepo ti kažem, ovo je poslo men' šura iz Švedske, kad je bila najveća glad za rat, mi smo igrali u rovu remina.*

Daniel: "Jel odigramo remina, a?"

Domagoj: "Pa hajd' dobro."

Daniel: "E pazi sad ovo. Imaš ovaj špil od $N$ karata, gdje $i$-ta karta ima na sebi napisanu tvrdnju oblika 'Na barem $a_i$ karata ispod ove karte piše neistinita tvrdnja'. Ti ih trebaš promiješati tako da na točno $K$ karata piše neistinita tvrdnja."

Domagoj: "Svaki put me podereš u ovoj igri, otkud ti ove karte, sine?!"

Daniel: "Eh, pa u mene đedo drži karatanu, svaki dan dobivam od njega džaba karte, deset maraka karton."

Vaš je zadatak pomoći Domagoju riješiti Danielovu zagonetku. Ispišite redoslijed kojim Domagoj treba posložiti karte. Moguće je i da se samo radi o Danielovoj neslanoj šali, odnosno da traženi redoslijed karata ne postoji. U tom slučaju ispišite samo -1.

## ULAZNI PODACI

U prvom retku nalaze se cijeli brojevi $N$ i $K$ ($1 \le N \le 5 \cdot 10^5$, $0 \le K \le N$).
U $i$-tom od sljedećih $N$ redaka nalazi se cijeli broj $a_i$ ($0 \le a_i \le 5 \cdot 10^5$).

## IZLAZNI PODACI

Ukoliko traženi redoslijed karata ne postoji, ispišite -1.
Inače, u jedinom retku ispišite $N$ cijelih brojeva odvojenih razmacima, brojeve na kartama redom **od vrha prema dnu** špila. Ako postoji više rješenja, ispišite bilo koje.

## BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 30% bodova, vrijedit će $N \le 16$.
U dodatnim test podacima ukupno vrijednima 40% bodova, vrijedit će $N \le 2000$.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

| ulaz | ulaz | ulaz |
|---|---|---|
| 4 2<br>1<br>2<br>2<br>3 | 5 3<br>2<br>1<br>3<br>0<br>3 | 6 4<br>0<br>2<br>5<br>2<br>0<br>1 |
| **izlaz** | **izlaz** | **izlaz** |
| 2 3 1 2 | 3 3 0 1 2 | -1 |

**Pojašnjenje drugog test primjera:**
Radi jednostavnosti, karte zovemo istinitima/neistinitima ovisno o tvrdnjama koje na njima pišu.
Ispod pete karte nalazi se 0 neistinitih karata pa je ona neistinita.
Ispod četvrte karte nalazi se 1 neistinita karta pa je ona istinita.
Ispod treće karte nalazi se 1 neistinita karta pa je ona istinita.
Ispod druge karte nalazi se 1 neistinita karta pa je ona neistinita.
Ispod prve karte nalaze se 2 neistinite karte pa je ona neistinita.
Dakle, ukupno imamo 3 neistinite karte.

Na jednom dalekom planetu, u još neistraženom dijelu svemira, postoji zemlja gdje žive isključivo matematičari. U zemlji živi ukupno $N$ matematičara, a zanimljiva je činjenica da svaki matematičar živi u svom gradu. Također je zanimljivo da nijedna dva grada nisu povezana cestom jer matematičari mogu komunicirati putem interneta ili recenzija znanstvenih radova. Dakako, gradovi su numerirani prirodnim brojevima od 1 do $N$.

Život je bio savršen sve dok jedan matematičar nije odlučio napisati znanstveni rad na mobitelu. Naime, njegov je pametni telefon riječ "Primijeti" ispravio u "Pictionary" te je rad tako i objavljen. Ubrzo je cijela zemlja otkrila pictionary i odmah su započeli radovi na izgradnji cesta između gradova kako bi se matematičari mogli uživo sastati i zaigrati igru.

Izgradnja prometnica trajat će ukupno $M$ dana i to tako da se prvog dana grade ceste između svih parova gradova kojima je najveći zajednički djelitelj jednak $M$. Drugog dana se grade ceste između svih parova gradova kojima je najveći zajednički djelitelj jednak $M-1$, i tako sve do $M$-tog dana kada se grade ceste između svih parova gradova koji su relativno prosti. Formalnije, $i$-tog se dana gradi cesta između gradova $a$ i $b$ ako je $gcd(a, b) = M - i + 1$.

Budući da su matematičari zauzeti gradnjom cesta, zamolili su vas da im pomognete odgonetnuti koliko najmanje dana treba proći da bi neka dva matematičara mogla zajedno igrati pictionary.

## ULAZNI PODACI

U prvom redu ulaza nalaze se tri prirodna broja $N$, $M$ i $Q$ ($1 \le N, Q \le 100\,000$, $1 \le M \le N$) koji redom označavaju broj gradova, broj dana koliko traje izgradnja cesta i broj upita.

U svakom od sljedećih $Q$ redova nalaze se dva različita prirodna broja $A$ i $B$ ($1 \le A, B \le N$) koji označavaju gradove u kojima žive matematičari koji žele saznati nakon koliko će najmanje dana moći zajedno igrati pictionary.

## IZLAZNI PODACI

U $i$-tom retku ispišite najmanji broj dana nakon kojih će matematičari iz $i$-tog upita moći zajedno igrati pictionary.

## BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 40% bodova vrijedit će $N \le 1000$, $Q \le 100\,000$.

## PRIMJERI TEST PODATAKA

| **ulaz** | **ulaz** | **ulaz** |
|---|---|---|
| 8 3 3<br>2 5<br>3 6<br>4 8 | 25 6 1<br>20 9 | 9999 2222 2<br>1025 2405<br>3154 8949 |
| **izlaz** | **izlaz** | **izlaz** |
| 3<br>1<br>2 | 4 | 1980<br>2160 |

**Pojašnjenje prvog test primjera:**
Prvog dana gradi se cesta (3, 6). Stoga je odgovor na drugi upit jednak 1.
Drugog dana grade se ceste (2, 4), (2, 6), (2, 8), (4, 6) i (6, 8). Gradovi 4 i 8 su sada povezani (naime, moguće je doći iz jednog grada u drugi preko grada 6).
Trećeg dana grade se ceste između gradova čije su oznake relativno proste, pa se povezuju gradovi 2 i 5.

**Pojašnjenje drugog test primjera:**
Drugog dana gradi se cesta (20, 15), dok se četvrtog dana gradi cesta (15, 9). Nakon četvrtog dana gradovi 20 i 9 povezani su preko grada 15.

Mirko i Slavko zajedno planinare. Mirko voli planinske vrhove, a Slavko doline. Zbog toga, svaki put kad se nalaze na nekom vrhu, Slavko bira u koju će se od dolina do kojih postoji staza od tog vrha spustiti. Slično, u svakoj dolini Mirko bira na koji će se vrh popeti. Nikad neće biti moguće s jednog vrha otići direktno na drugi vrh, ni iz jedne doline u neku drugu dolinu. Da bi planinarenje bilo što zanimljivije, nikad ne posjećuju isto mjesto (bilo ono vrh ili dolina) više od jednom. Jednom kada dođu na neko mjesto za koje su već posjetili sva susjedna mjesta, zovu GSS da dođe po njih. Ako je to završno mjesto vrh, pobjeđuje Mirko, a ako je ono dolina, pobjeđuje Slavko.

Naravno, već naslućujete što se od vas traži: Ako pretpostavimo da obojica igraju optimalno, tko pobjeđuje? Odgovorite na ovo pitanje za sve početne vrhove.

## ULAZNI PODACI

U prvom retku nalaze se dva prirodna broja, $N$ i $M$ ($1 \le N \le 5000$, $1 \le M \le \min(5000, N \cdot N)$). Pritom $N$ označava broj vrhova i dolina (dakle postoji $N$ vrhova i $N$ dolina), a $M$ označava broj staza.
U svakom od sljedećih $M$ redaka nalaze se dva prirodna broja: $v_i$ i $d_i$ ($1 \le v_i$, $d_i \le N$) koji označavaju da postoji staza izmedju vrha $v_i$ i doline $d_i$.
Između svakog vrha i svake doline postojat će najviše jedna staza.

## IZLAZNI PODACI

Ispišite $N$ redaka. U $i$-tom retku ispišite tko pobjeđuje ako se kreće s vrha označenog s $i$.

## BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 30% bodova vrijedit će $1 \le N \le 10$ i $1 \le M \le N \cdot N$.
U test podacima ukupno vrijednima dodatnih 20% bodova za svaka dva povezana mjesta postojat će jedinstven put od jednog do drugog. Drugim riječima, graf će biti šuma.

## PRIMJERI TEST PODATAKA

| ulaz | ulaz | ulaz |
|---|---|---|
| 2 3<br>1 2<br>2 2<br>2 1 | 4 5<br>2 2<br>1 2<br>1 1<br>1 3<br>4 2 | 4 5<br>1 2<br>1 3<br>2 2<br>2 3<br>4 1 |
| **izlaz** | **izlaz** | **izlaz** |
| Slavko<br>Slavko | Slavko<br>Mirko<br>Mirko<br>Mirko | Slavko<br>Slavko<br>Mirko<br>Slavko |

**Pojašnjenje drugog test primjera:**
S prvog vrha Slavko može odabrati odlazak u prvu dolinu i time Slavko pobjeđuje.
S drugog vrha Slavko mora odabrati odlazak u drugu dolinu, nakon čega Mirko pobjeđuje odabirom odlaska na četvrti vrh.
S trećeg vrha ne vodi ni jedna staza, čime Mirko pobjeđuje.
S četvrtog vrha Slavko mora odabrati odlazak u drugu dolinu, nakon čega Mirko pobjeđuje odabirom odlaska na drugi vrh.