HONI 2016/2017

6. kolo, 4. veljače 2017.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Broj bodova
Blizanci	1 s	64 MB	20
Podjela	1 s	64 MB	30
Hindeks	1 s	64 MB	50
Telefoni	1 s	64 MB	80
Turnir	3 s	64 MB	100
Savrsen	3 s	128 MB	120
Sirni	5 s	768 MB	140
Gauss	2 s	256 MB	160
Ukupno			700

Broj osvojenih bodova jednak je zbroju bodova 5 zadataka koji donose najviše bodova.
Najveći mogući broj bodova je 600.

Mama želi svojim blizancima Filipu i Jakovu kupiti nove majice kratkih rukava. Odabrala je N različitih majica te zamolila blizance da joj pomognu u odabiru onih koje će kupiti. Mama će kupiti neku majicu samo u slučaju kada i Filip i Jakov kažu da im se ona sviđa. U slučaju kada im se majica sviđa oni kažu '1', a ako im se ne sviđa oni kažu '0'.
Napiši program koji će za zadane podatke ispisati koliko je majica mama kupila.

ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodan broj N ($1 \le N \le 100$), broj odabranih majica.
U sljedećih N redaka nalaze se po dva cijela broja F_i i J_i ($0 \le F_i, J_i \le 1$), pri čemu je F_i Filipovo mišljenje, a J_i Jakovljevo mišljenje o i-toj odabranoj majici.

IZLAZNI PODACI

U prvi redak treba ispisati broj majica koje je mama kupila.

PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	**ulaz**	**ulaz**
3 1 1 1 1 1 1	5 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1	5 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
3	2	0

Pojašnjenje drugog primjera:
Za prvu odabranu majicu Filip je rekao da mu se sviđa, a Jakov da mu se ne sviđa. Znači, tu majicu mama nije kupila. Kupila je treću i petu odabranu majicu za koju su oba blizanca rekla da im se sviđa.

Ivica ima *N* vrećica bombona i *M* prijatelja. Odlučio je nekoliko vrećica bombona ponijeti u školu, kako bi ih mogao podijeliti svojim prijateljima. Da bude pošten prema svima, ponijet će samo one vrećice bombona čiji će cijeli sadržaj moći **podijeliti ravnomjerno** svim prijateljima, tako da svatko dobije jednak broj bombona iz svake vrećice. Pomozite Ivici i odredite koliko ukupno vrećica bombona može ponijeti u školu.

ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalaze se brojevi N i M ($1 \le N, M \le 200$).
U sljedećih *N* redaka nalazi se po jedan cijeli broj B_i ($1 \le B_i \le 1000$), broj bombona koji se nalazi u *i*-toj vrećici.

IZLAZNI PODACI

U jedini redak treba ispisati ukupan broj vrećica koje Ivica može ponijeti u školu.

PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz	ulaz
5 6 4 8 12 7 6	3 8 4 10 12	4 5 15 30 25 16
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
2	0	3

Pojašnjenje prvog test primjera: Ivica u školu može ponijeti samo vrećicu u kojoj se nalazi 12 bombona i vrećicu u kojoj se nalazi 6 bombona.

Kako procjenjujemo uspješnost nekog znanstvenika? Po broju objavljenih radova ili po njihovom odjeku - točnije, citiranosti? Važna su oba elementa. Kažemo da znanstveni rad ima **citiranost** *C* ako su drugi znanstvenici u svojim radovima dotični rad citirali (referirali se na njega) ukupno *C* puta. Jedna od mogućih mjera uspješnosti znanstvenika njegov je **h-indeks** koji uzima u obzir i količinu radova i njihovu citiranost.

H-indeks znanstvenika definira se kao najveći broj *H* sa sljedećim svojstvom: znanstvenik može odabrati *H* radova takvih da je njihova citiranost barem *H*. Na primjer, ako je neki znanstvenik napisao 10 radova takvih da je svaki od njih citiran 10 ili više puta, njegov je h-indeks (barem) 10.

Napišite program koji unosi citiranosti svih radova danog znanstvenika te ispisuje njegov h-indeks.

ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodan broj N ($1 \le N \le 500\,000$), broj radova dotičnog znanstvenika.
U sljedećem retku nalazi se N cijelih brojeva iz intervala [0, 1 000 000], citiranosti odgovarajućih radova.

IZLAZNI PODACI

U jedini redak ispišite traženi h-indeks.

PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz
5 1 1 4 8 1	5 8 5 3 4 10
izlaz	**izlaz**
2	4

Pojašnjenje 1. test primjera: znanstvenik ima dva rada s citiranošću većom ili jednakom 2 (to su radovi s citiranošću 4 i 8).
Pojašnjenje 2. test primjera: znanstvenik ima četiri rada s citiranošću većom ili jednakom 4 (to su radovi s citiranošću 8, 5, 4 i 10).

U jednoj prostoriji nalazi se N stolova poredanih slijeva nadesno, jedan do drugog u nizu. Na nekim stolovima nalaze se telefoni, dok su neki stolovi prazni. Svi telefoni su pokvareni, pa će telefon na i-tom stolu zazvoniti ako zazvoni telefon na j-tom stolu koji je udaljen za najviše D stolova od i-tog, tj. vrijedi $|j - i| \le D$. Na prvom i zadnjem stolu uvijek će biti telefon. U početnom trenutku zazvoni telefon na prvom stolu. Koliko najmanje novih telefona treba postaviti na stolove tako da zadnji telefon zazvoni?

ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalaze se dva prirodna broja, N ($1 \le N \le 300\,000$) i D ($1 \le D \le N$).
U sljedećem retku nalazi se N brojeva 0 ili 1. Ako je i-ti broj 1, onda se na i-tom stolu slijeva nalazi telefon, inače je i-ti stol prazan.

IZLAZNI PODACI

U jedini redak ispišite traženi minimalni broj telefona.

BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 40 bodova vrijedi $1 \le N \le 20$.

PRIMJERI TEST PODATAKA

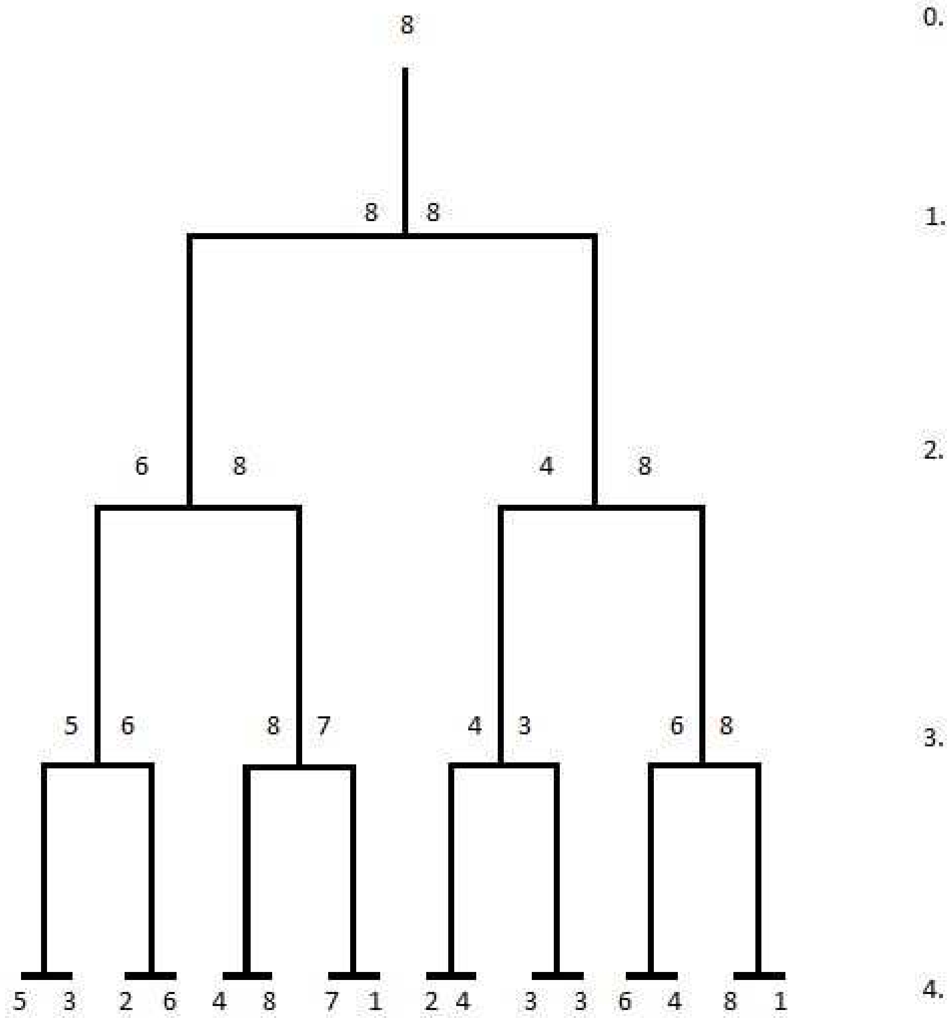
ulaz
```
4 1
1 0 1 1
```
izlaz
```
1
```

ulaz
```
5 2
1 0 0 0 1
```
izlaz
```
1
```

ulaz
```
8 2
1 1 0 0 1 0 0 1
```
izlaz
```
2
```

Mladi Jozef dobio je na poklon skup koji se sastoji od 2^N prirodnih brojeva. S obzirom na to da je Jozef često na nogometnim turnirima on je odlučio organizirati turnir za svojih 2^N prirodnih brojeva.

Turnir nad brojevima izgleda kao na slici; turnir se odvija u parovima, gdje veći od dvaju brojeva prelazi na razinu iznad. Razine su označene brojevima od 1 do N, gdje je najvišoj razini pridijeljen broj 0.



S obzirom na to da Jozef nema vremena organizirati sve turnire, njega zanima za svaki broj iz početnog skupa koja je najviša razina (najmanji broj razine) na kojoj se može nalaziti za neku permutaciju ulaznog niza.

ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalazi se prirodan broj N ($1 \le N \le 20$).
U sljedećem retku nalazi se 2^N prirodnih brojeva iz intervala $[1, 10^9]$, elementi skupa.

IZLAZNI PODACI

U prvom i jedinom retku ispišite 2^N brojeva, oznake najviše razine (najmanje oznake razine) na kojoj broj može završiti, redom kojim su dani u ulazu.

PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz	ulaz
2 1 4 3 2	4 5 3 2 6 4 8 7 1 2 4 3 3 6 4 8 1	1 1 1
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
2 0 1 1	1 2 2 1 1 0 1 3 2 1 2 2 1 1 0 3	0 0

Prirodan broj zovemo **savršenim** ako je jednak zbroju svojih djelitelja koji su manji od njega. Primjerice, broj 28 je savršen jer je 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.

Motivirani tom definicijom, uvodimo mjeru **nesavršenosti** broja *N*, s oznakom *f(N),* kao apsolutnu razliku broja *N* i zbroja njegovih djelitelja manjih od *N*. Slijedi da savršeni brojevi imaju nesavršenost 0, a ostali prirodni brojevi imaju veću nesavršenost. Primjerice:

- f(6) = |6 - 1 - 2 - 3| = 0,
- f(11) = |11 - 1| = 10,
- f(24) = |24 - 1 - 2 - 3 - 4 - 6 - 8 - 12| = |-12| = 12.

Napišite program koji za prirodne brojeve *A* i *B* računa zbroj nesavršenosti svih brojeva između *A* i *B*, tj. računa *f(A) + f(A + 1) + ... + f(B)*.

ULAZNI PODACI

U prvom retku nalaze se prirodni brojevi *A* i *B* ($1 \le A \le B \le 10^7$).

IZLAZNI PODACI

U jedini redak ispišite traženi zbroj.

PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz
`1 9`	`24 24`
izlaz	**izlaz**
`21`	`12`

Pojašnjenje 1. test primjera: 1 + 1 + 2 + 1 + 4 + 0 + 6 + 1 + 5.

Mali Daniel ima vrećicu bombona i *N* kartica.

Na svakoj od kartica piše neki prirodni broj P_i. Dok je jeo svoje bombone dosjetio se jedne zabavne igre. Može međusobno vrpcom povezati neke dvije kartice s oznakama *a* i *b*, te tada mora pojesti $min(P_a \% P_b, P_b \% P_a)$ bombona, pri čemu operacija *x % y* označava ostatak koji daje broj *x* pri dijeljenju s *y*.

On želi povezati neke parove kartica tako da, kada podigne jednu od njih, sve ostale se također dignu u zrak. Svaka kartica može vrpcom izravno biti povezana s bilo kojim brojem drugih kartica. Daniel, kao ljubitelj linije, ne želi previše konzumirati, pa vas traži da izračunate najmanji broj bombona koji mora pojesti da bi sve kartice bile povezane.

ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodni broj *N*. $(1 \le N \le 10^5)$
U sljedećih *N* redaka nalazi se po jedan prirodan broj P_i. $(1 \le P_i \le 10^7)$

IZLAZNI PODACI

U jedini redak ispišite traženu vrijednost iz zadatka.

BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 30% bodova vrijedit će $N \le 10^3$.
U test podacima ukupno vrijednima 40% bodova vrijedit će $P_i \le 10^6$.
U test podacima ukupno vrijednima 70% bodova vrijedit će barem jedan od ova dva uvjeta.

PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz	ulaz
4 2 6 3 11	4 1 2 3 4	3 4 9 15
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
1	0	4

Pojašnjenje prvog test primjera:
Daniel može povezati prvu i drugu karticu i pojesti 0 bombona, drugi i treću i pojesti 0 bombona, te prvu i četvrtu te pojesti 1 bombon.

Malo je poznata priča kako je mladi Carl Friedrich Gauss bio nemiran na satu pa mu je učiteljica smislila zadatak kako bi ga zaokupirala.

Učiteljica je zadala niz prirodnih brojeva F(1), F(2), …, F(K). Smatramo da je F(t) = 0 za t > K. Također, zadala je neki skup sretnih brojeva te cijenu za svaki sretan broj. Ako je X sretan broj onda s C(X) označavamo njegovu cijenu.

Na početku je na ploči zapisan prirodan broj A. U svakom potezu Carl mora napraviti jednu od sljedećih stvari:

- Ako je trenutno na ploči broj N onda Carl može umjesto njega napisati neki njegov djelitelj M koji je manji od N. Ako napiše broj M, cijena poteza je F(d(N / M)) gdje je d(N/M) broj djelitelja prirodnog broja N/M (uključujući N/M).
- Ako je N sretan broj Carl može ostaviti taj broj na ploči, a cijena poteza je C(N).

Carl mora napraviti **točno** L poteza te nakon što je napravio sve poteze na ploči mora pisati broj B. Označimo s G(A, B, L) najmanju cijenu s kojom Carl to može postići.
Ako nije moguće napraviti takvih L poteza definiramo G(A, B, L) = -1.

Učiteljica je Carlu zadala Q upita. U svakom upitu Carl dobije brojeve A i B te mora izračunati vrijednost G(A, B, L_1) + G(A, B, L_2) + … + G(A, B, L_M), pri čemu su brojevi L_1, …, L_M isti za sve upite.

ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodan broj K (1 ≤ K ≤ 10 000).
U drugom retku nalazi se K prirodnih brojeva F(1), F(2), …, F(K) koji su manji ili jednaki 1 000.
U sljedećem retku nalazi se prirodan broj M (1 ≤ M ≤ 1 000).
U sljedećem retku nalazi se M prirodnih brojeva L_1, L_2, …, L_M koji su manji ili jednaki 10 000.
U sljedećem retku nalazi se prirodan broj T, ukupan broj sretnih brojeva (1 ≤ T ≤ 50).
U svakom od sljedećih T redaka nalaze se brojevi X i C(X) koji označavaju da je X sretan broj, a C(X) njegova cijena (1 ≤ X ≤ 1 000 000, 1 ≤ C(X) ≤ 1 000).
Svaki sretan broj pojavljuje se najviše jednom.
U sljedećem retku nalazi se prirodan broj Q (1 ≤ Q ≤ 50 000).
U svakom od sljedećih Q redaka nalaze se 2 prirodna broja A i B (1 ≤ A, B ≤ 1 000 000).

IZLAZNI PODACI

Ispišite Q redaka. U i-tom retku ispišite odgovor na i-ti upit definiran u tekstu zadatka.

PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz	ulaz
4 1 1 1 1 2 1 2 2 2 5 4 10 1 4 2	3 6 9 4 2 5 7 3 1 1 7 8 6 10 2 6 2 70 68	3 8 3 10 2 8 4 3 1 6 5 1 3 7 2 5 1 3 1
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
7	118 -2	16 66

Pojašnjenje prvog test primjera:

L_1 = 1 pa Carl može napraviti točno jedan potez - zamijeniti broj 4 s brojem 2 te je G(4, 2, 1) = F(d(2)) = 1.

L_2 = 2 pa Carl ima dvije opcije:

- Može zamijeniti broj 4 s brojem 2 i onda ostaviti broj 2 (jer je sretan) pa plaća cijenu F(d(4/2)) + C(2) = 1 + 5 = 6
- Može ostaviti broj 4 u prvom potezu pa ga u drugom potezu zamijeniti s brojem 2 pa plaća cijenu C(4) + F(d(4/2)) = 10 + 1 = 11

Prva opcija daje najmanju cijenu pa je G(4, 2, 2) = 6.

Odgovor na upit je sada G(4,2,1) + G(4,2,2) = 7.