Hrvatska informatička olimpijada

21. svibnja 2023.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Bliskost	1 sekunda	512 MiB	100
Nestabilnost	1.5 sekunda	512 MiB	100
Netrpeljivost	1.5 sekunda	512 MiB	100
Sličnost	3 sekunde	1024 MiB	100
Ukupno			400

Zadatak Bliskost

Jednom u proljeće, u vrijeme neobično topla sutona, pojavila su se na Patrijaršijskim ribnjacima u M*skvi dvojica građana. Prvi nije bio nitko drugi nego urednik Mihali Aleksandrovič Berlioz, dok je drugi bio mladi pjesnik zvan Bezdomni. Svaki je sa sobom imao svoj niz slova duljine N...

Ubrzo im se priključio tajnoviti specijalist za crnu magiju, profesor Woland, te rekao.

- Gospodo, imate vrlo zanimljijve nizove slova, te ja odmah naoko mogu odrediti jesu li oni bliski ili ne!

Jednim potezom smatra se odabiranja dvaju uzastopnih slova jednog niza, te pomicanjem obaju slova ciklički prema naprijed u abecedi, primjerice pretvarajući par slova “`ab`“ u par slova “`bc`“ tj. par slova “`qz`“ u par slova “`ra`“. Dva niza znakova smatraju se *bliskima* ako primjenjivanjem poteza na oba niza moguće je postići da su oni jednaki.

- Dakako, profesore, pričate gluposti. Problem određivanja bliskosti dvaju nizova notorno je težak.

- A ne, varate se Mihaile Aleksandroviču, i ja ću vam to upravo dokazati! Evo ovako, sada ću vam reći jesu li vaši nizovi bliski ili ne, te vi potom učinite Q promjena na svojem nizu. Ja ću vam nakon svake promjene odrediti istinitost bliskosti vaših nizova.

- Veoma hrabro profesore, uistinu, veoma hrabro... pa započnimo!

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi N i Q, redom duljina nizova i broj promjena.

U drugom retku nalazi se niz znakova duljine N, niz koji pripada Berliozu.

U trećem retku nalazi se niz znakova duljine N, niz koji pripada Bezdomnom.

U i-tom od sljedećih Q redaka nalazi se broj p_i te znak c_i, koji označava da je u i-toj promjeni Berlioz promijenio p_i-to slovo u c_i.

Izlazni podaci

U prvi redak potrebno je ispisati “`da`“ ako su početni nizovi bliski, odnosno “`ne`“ ako nisu.

U i-tom od sljedećih Q redaka potrebno je ispisati jesu li nizovi bliski nakon i-te promjene Berlioza.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \le N \le 1\ 000\ 000$ i $0 \le Q \le 1\ 000\ 000$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	7	$Q = 0, N \le 5$
2	8	$Q = 0, N \le 1\,000$
3	13	$Q = 0$
4	12	$Q \le 100\,000, N \le 5$
5	17	$Q \le 100\,000, N \le 1\,000$
6	43	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3 1
bbc
ced
1 a
```

izlaz

```
ne
da
```

ulaz

```
6 0
berlio
pjesni
```

izlaz

```
da
```

Pojašnjenje probnih primjera:

U prvom primjeru, nakon promjene, riječi su bliske sljedećim potezima:

abc → bcc → cdc → dec → dfd

ced → dfd

Zadatak Nestabilnost

Borova šuma na suprotnoj obali rijeke, još prije jednog sata osvijetljena svibanjskim suncem, zamutila se, razmazala i rasplinula. Ostalo je samo jedno divovsko stablo, stablo s N čvorova...

Ivan je iz sobe br. 119, promatrao to stablo, čvrsto ukorijenjeno u čvoru označenom brojem 1. Nakon što je još pobliže promatrao stablo, primijetio je da se u svakom čvoru nalazi broj a_i. Odjednom mu je u glavu sinula definicija k-dobrog podstabla. Neko podstablo je k-dobro, ako za svaki brid koji spaja čvorove (u, v) gdje je u roditelj od v, vrijedi $a_v = (a_u + 1) \texttt{ mod } k$ te dodatno za svaki čvor v unutar podstabla vrijedi $a_v < k$. Za svaki broj k postoji prirodna nestabilnost k-dobrih stabala, označenu kao $f(k)$.

Kada se ponovno osvrnuo, primijetio je da pluta pred stablom s magičnom pilom u desnoj ruci. Ivan je odlučio prerezati neke grane, te za svako podstablo, dobiveno micanjem prepiljenih bridova, odabrati neki broj k_i tako da je ono k_i-dobro. Par biranja skupa bridova koje će prerezati te brojeva k_i za svako tako dobiveno podstablo koji zadovoljavaju da je pripadajuće podstablo k_i-dobro, Ivan je odlučio nazvati rezanjem. Nestabilnost rezanja nazivamo zbroj $f(k_i)$ po svim dobivenim podstablima. Pomozite Ivanu odrediti najmanju moguću nestabilnost rezanja!

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj N, broj čvorova stabla.

U drugom se retku nalazi N brojeva gdje i-ti označava a_i $(0 \leq a_i \leq N - 1)$.

U trećem se retku nalazi N brojeva gdje k-ti označava $f(k)$ $(1 \leq f(k) \leq 10^9)$.

U sljedećih $N - 1$ redaka nalazi se opis stabla, u i-tom retku nalaze se brojevi u_i te v_i $(1 \leq u_i, v_i \leq N, u_i \neq v_i)$ koji označavaju da postoji brid među čvorovima u_i te v_i

Izlazni podaci

U jedini redak potrebno je ispisati najmanju moguću nestabilnost rezanja.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq N \leq 300\,000$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	12	$N \leq 5\,000$, stablo čini lanac i čvor 1 je jedan rub
2	20	$N \leq 300\,000$, stablo čini lanac i čvor 1 je jedan rub
3	7	$N \leq 20$
4	22	$N \leq 5\,000$
5	39	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
7
2 3 0 3 2 0 0
6 8 2 9 9 9 9
1 2
2 3
1 4
4 5
5 6
5 7
```

izlaz

```
11
```

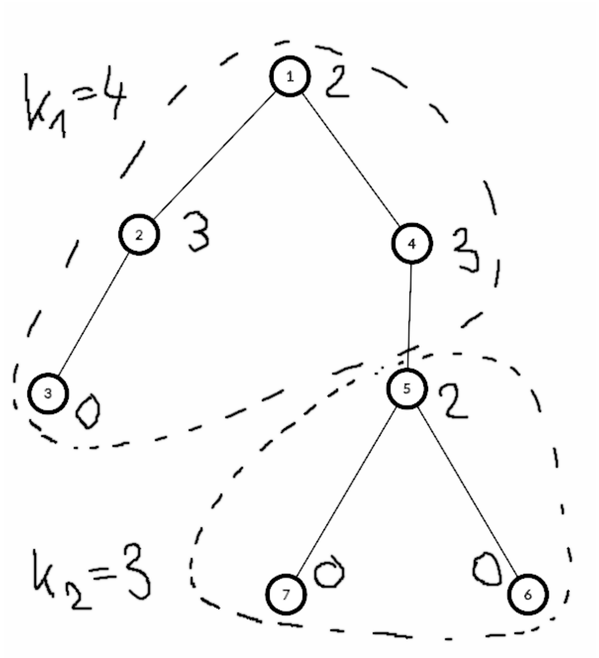
ulaz

```
7
2 3 0 3 2 0 0
6 8 2 9 9 9 1
1 2
2 3
1 4
4 5
5 6
5 7
```

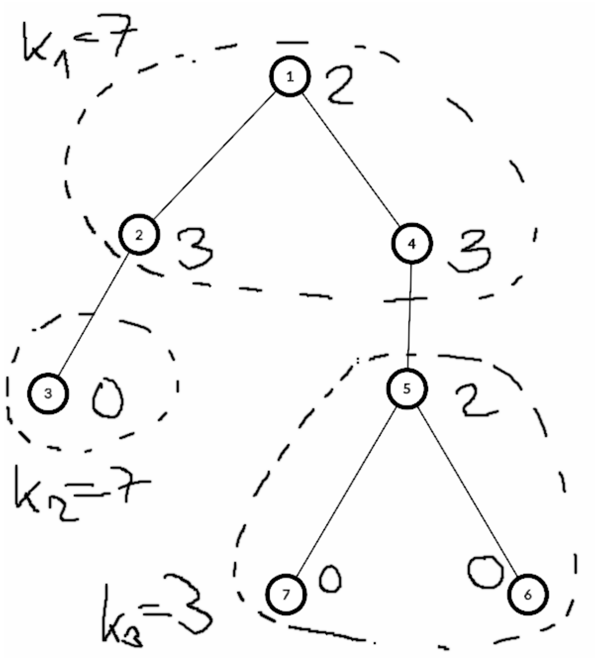
izlaz

```
4
```

Pojašnjenje probnih primjera:



(a) Skica rezanja prvog primjera



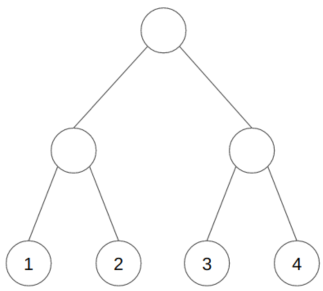
(b) Skica rezanja drugog primjera

Zadatak Netrpeljivost

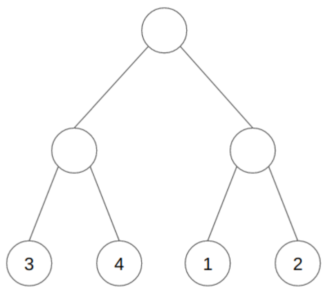
Ponoć se približavala, valjalo se požuriti. Nakon što je Margarita uspješno pozdravila sve goste, oni su nesmetano zasjeli za dugačak stol. Goste možemo označiti brojevima od 1 do N, točno onim redom kojim su zasjeli na stol. Iz nepoznatih razloga, broj gostiju na velikom balu kod Sotone uvijek je potencija broja 2.

No, Margarita se sada nalazi u problemu, jer između svakog para gostiju vlada određena *netrpeljivost* koju možemo označiti nenegativnim brojem. Netrpeljivost između gostiju i te j možemo označiti kao $netrp(i, j)$. Uvijek vrijedi $netrp(i, j) = netrp(j, i)$ te $netrp(i, i) = 0$.

Kako su se gosti već (ne)ugodno smjestili, Margarita ne smije drastično mijenjati njihov poredak. Gosti zapravo ni ne znaju da se nalaze u listovima velikog Sotoninog potpunog binarnog stabla, popularno zvanom VSPBS, koje je prikazano na slici u slučaju $N = 4$.



(a) Slika 1: stablo na početku



(b) Slika 2: stablo nakon operacije

Margarita može odabrati neki čvor, i u jednom potezu zamijeniti lijevo i desno dijete toga čvora, time promijenivši poredak gostiju koji se nalaze u pripadajućim listovima. Prikazano je stanje stabla, a time i stola, nakon što Margarita napravi jedan potez nad korijenom stabla. Margarita može napraviti prozivoljan broj poteza nad proizvoljnim čvorovima.

Ukupna *netrpeljivost* stola definira se kao zbroj netrpeljivosti susjeda za stolom. Pomozite Margariti odrediti najmanju moguću netrpeljivost stola koju može postići!

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj N, broj gostiju.

U i-tom od sljedećih N redaka nalaze se redom brojevi $netrp(i, j)$ koji zadovoljavaju gornja svojstva.

Izlazni podaci

Potrebno je ispisati traženi broj iz zadatka.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq N \leq 2048$ te N je potencija broja 2, $0 \leq netrp(i, j) \leq 10^9$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$N \leq 16$
2	17	$N \leq 128$
3	32	$N \leq 512$
4	41	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
2
0 2
2 0
```

izlaz

```
2
```

ulaz

```
4
0 2 3 1
2 0 4 5
3 4 0 3
1 5 3 0
```

izlaz

```
6
```

ulaz

```
8
0 2 5 8 5 9 2 6
2 0 8 4 3 7 5 3
5 8 0 3 8 4 3 3
8 4 3 0 2 2 7 7
5 3 8 2 0 7 3 3
9 7 4 2 7 0 6 7
2 5 3 7 3 6 0 4
6 3 3 7 3 7 4 0
```

izlaz

```
25
```

Pojašnjenje probnih primjera:

U drugom primjeru, jedan od mogućih rasporeda koji postiže najmanju netrpeljivost je 2 1 4 3.

Zadatak Sličnost

Ona je nosila u rukama odvratno, uznemiravajuće žuto cvijeće. Ipak, svidjela mu se.

Prema poznatom teoremu, osobnost svake osobe može se prikazati permutacijom duljine N. Tako se i osobnost našeg junaka, Majstora, može prikazati permutacijom p. A osobnost Margarite, dame koja mu je zapala za oko, može se prikazati permutacijom q.

Mjerilo za sličnost permutacija, a time i sreću u bračnom životu, može se prikazati kao najveća veličina presjeka nekog podintervala duljine K permutacije p te podintervala duljine K permutacije q. Pri tome, presjek se promatra u skupovnom smislu, tj. nije bitan poredak brojeva u podintervalima. Primjerice, u slučaju $N = 4, K = 3$, sličnost permutacija (2 4 1 3) te (1 2 3 4) je 2 i ona se postiže za bilo koji izbor podintervala.

Otkada je vidio Margaritu, Majstor je opsjednut sličnošću svoje i njezine permutacije, te je njegova osobnost postala veoma promjenjiva. Tako svakog dana, u njegovoj će se permutaciji zamijeniti dva susjedna elementa. Napomenimo da je ta promjena stalna tj. ta dva elementa ostaju zamijenjena tijekom sljedećih dana. Sada ga zanima sličnost njegove i njezine permutacije kad ju je tek ugledao, te sličnost nakon promjene tijekom sljedećih Q dana. Dodatno, zanima ga i za koliko se parova podintervala postiže tolika sličnost. U svojim ljubavnim jadima, zamolio Vas je za pomoć!

Ulazni podaci

U prvom su retku brojevi N, K i Q.

U drugom se retku nalazi N brojeva gdje i-ti označava p_i.

U trećem se retku nalazi N brojeva gdje j-ti označava q_j.

U sljedećih Q redaka nalaze se opisi promjena. U i-tom se retku nalazi broj t_i $(1 \leq t_i < N)$ koji označava da su se u Majstorovoj permutaciji p zamijenili brojevi na pozicijama t_i i $t_i + 1$.

Izlazni podaci

U prvi redak potrebno je ispisati početnu sličnost permutacija i broj parova podintervala za koje se ta sličnost postiže.

U sljedećih Q redaka potrebno je ispisati isto, nakon promjene toga dana.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $2 \leq N \leq 100\,000$, $1 \leq K \leq N$ i $0 \leq Q \leq 100\,000$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	7	$Q = 0, N \leq 100$
2	10	$Q = 0, N \leq 5000$
3	33	$Q = 0$
4	7	$N, Q \leq 100$
5	10	$N, Q \leq 5000$
6	33	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
2 1 1
1 2
1 2
1
```

izlaz

```
1 2
1 2
```

ulaz

```
4 3 0
2 4 1 3
1 2 3 4
```

izlaz

```
2 4
```

ulaz

```
5 3 3
1 4 3 2 5
4 5 1 2 3
3
1
4
```

izlaz

```
2 5
2 6
3 1
3 1
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Podintervali duljine tri u prvoj permutaciji su (2 4 1) i (4 1 3), a u drugoj (1 2 3) i (2 3 4). Za presjeke imamo:

$$\{2,4,1\} \cap \{1,2,3\} = \{1,2\}, \quad \{2,4,1\} \cap \{2,3,4\} = \{2,4\},$$
$$\{4,1,3\} \cap \{1,2,3\} = \{1,3\}, \quad \{4,1,3\} \cap \{2,3,4\} = \{3,4\},$$

pa vidimo da sličnost iznosi 2 te da se postiže za četiri para podintervala.