Hrvatska informatička olimpijada za djevojke

8. svibnja 2026.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Lampice	1 sekunda	512 MiB	100
Skupovi	1 sekunda	512 MiB	100
Tornjevi	0.1 sekunda	512 MiB	100
Zmija	5 sekundi	512 MiB	100
Ukupno			400

Zadatak Lampice

Mr. Malnar je za proslavu ovjesio n lampica označene brojevima $1, 2, ..., n$ povezane žicama na način da **između svake dvije lampice** postoji jedinstvena žica.

Nakon proslave je Mr. Malnaru došlo na red da spremi lampice i žice. Kada se ukloni jedna lampica, uklone se i sve žice koje imaju jedan kraj u toj lampici. Neke lampice na drugim krajevima tih žica **promjene svoje stanje**, to jest sve upaljene lampice se ugase i obrnuto. Preciznije, za žicu koja spaja lampice a i b vrijedi **točno jedno** od sljedećeg:

- micanje lampice a mijenja stanje lampice b
- micanje lampice b mijenja stanje lampice a

U početku su sve lampice ugašene. Mr. Malnar želi ukoniti sve lampice na način da je svaka lampica bila **ugašena u trenutku kada ju je micao**. Pomozite Mr. Malnaru odrediti jedan redoslijed micanja lampica koji zadovoljava uvjete ili ga obavijestite kako on ne postoji.

Ulazni podaci

U prvom retku nalazi se prirodni broj n ($3 \le n \le 1000$), broj lampica.

U i-tom od sljedećih n redaka nalazi se n brojeva $a_{i,j}$ gdje je $a_{i,j} = 1$ ako micanje lampice i mijenja stanje lampice j, odnosno $a_{i,j} = 0$ inače. Primjetite da je $a_{i,i} = 0$ te da je točno jedan od $a_{i,j}$ i $a_{j,i}$ različit od nula.

Izlazni podaci

Ako ne postoji redoslijed lampica koji zadovoljava uvjete u prvi i jedini redak ispišite -1.

Inače u prvi i jedini redak ispišite n prirodnih brojeva $p_1, ..., p_n$.

Ispis je valjan ako prije i-tog micanja lampica p_i nije već maknuta i ako je ugašena.

Bodovanje

U svakom podzadatku, 20% bodova donosi samo odlučivanje postoji li takav redoslijed lampica. Za te bodove potrebno je, ako niste ispisali -1, ispisati nekakav niz od n prirodnih brojeva, ali on ne mora biti valjan.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	8	$n \le 9$
2	10	Ne postoji trojka lampica i, j, k takva da $a_{i,j} = a_{j,k} = a_{k,i} = 1$.
3	12	$n \le 18$
4	35	$n \le 100$
5	15	$n \le 300$
6	20	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3
0 1 1
0 0 1
0 0 0
```

izlaz

```
2 1 3
```

ulaz

```
4
0 1 1 0
0 0 1 0
0 0 0 1
1 1 0 0
```

izlaz

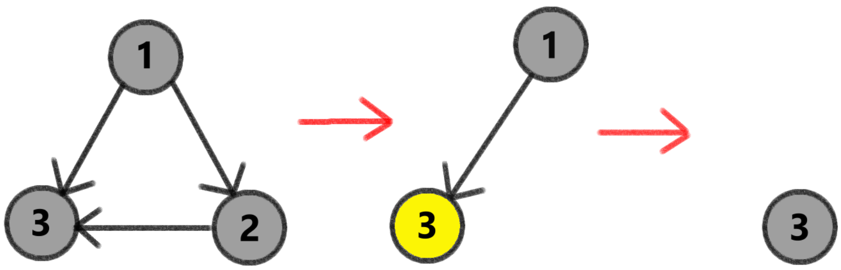
```
1 4 2 3
```

ulaz

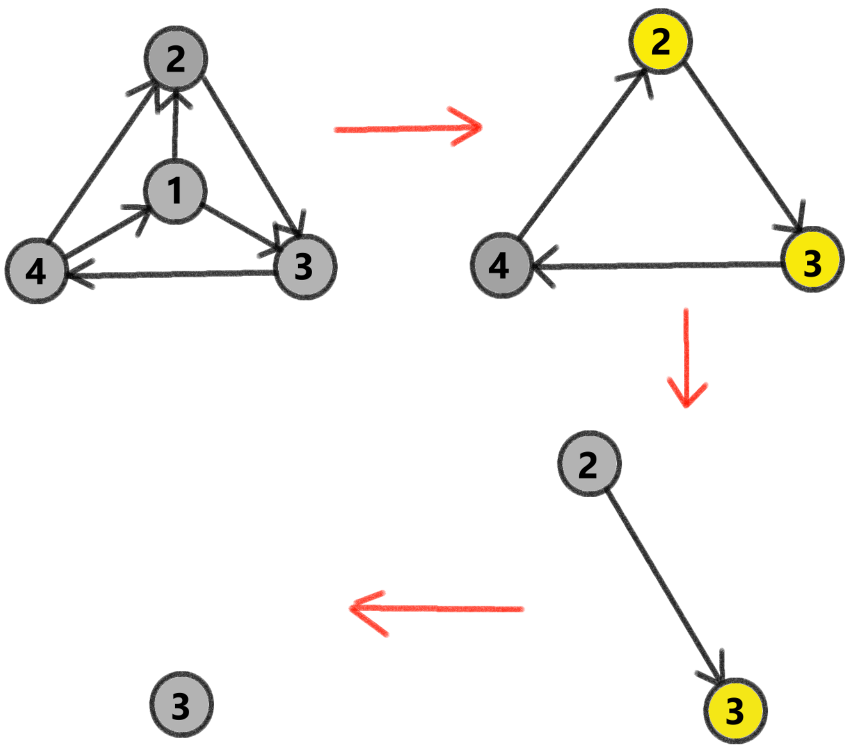
```
4
0 1 0 1
0 0 1 1
1 0 0 1
0 0 0 0
```

izlaz

```
-1
```



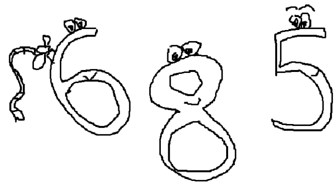
Slika 1: Prvi probni primjer.



Slika 2: Drugi probni primjer.

Zadatak Skupovi

Dana su n različita prirodna broja podijeljena u k nepraznih skupova. i-ti skup sadrži l_i brojeva: $a_{i,1}, a_{i,2}, \ldots, a_{i,l_i}$. Proizvoljno odabiremo točno po jedan broj iz svakog skupa. Označimo s m najveći među odabranim brojevima.



Kolika je suma svih vrijednosti m po svim mogućim odabirima? Kako broj može biti zaista velik, ispište mu ostatak pri dijeljenju s brojem $10^9 + 7$.

Ulazni podaci

U prvom retku su dva prirodna broja n i k ($1 \le k \le n \le 10^5$), ukupan broj brojeva u svim skupovima i broj skupova.

U svakom od sljedećih k redaka najprije je prirodni broj l_i ($1 \le l_i \le n$), broj elemenata u i-tom skupu. Slijedi l_i prirodnih brojeva $a_{i,j}$ ($1 \le a_{i,j} \le 10^9$), elementi i-tog skupa. Suma svih vrijednosti l_i jednaka je n. Svi brojevi $a_{i,j}$ međusobno su različiti.

Izlazni podaci

U prvi i jedini redak ispišite jedan broj - sumu svih vrijednosti m po svim mogućim odabirima modulo $10^9 + 7$.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	Postoji skup čiji je svaki element veći od bilo kojeg elementa iz ostalih skupova.
2	14	$n \le 40$
3	32	$n \le 2000$
4	43	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
5 2
2 4 8
3 2 11 5
```

izlaz

```
47
```

ulaz

```
4 3
1 3
2 2 4
1 1
```

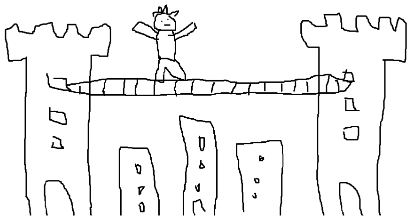
izlaz

```
7
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Možemo odabrati sljedeće parove (prvi element je iz prvog skupa, a drugi iz drugog): $(4, 2)$, $(4, 11)$, $(4, 5)$, $(8, 2)$, $(8, 11)$, $(8, 5)$. Suma većih elemenata iz svakog odabira jednaka je $4 + 11 + 5 + 8 + 11 + 8 = 47$.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Možemo odabrati sljedeće trojke (prvi element je iz prvog skupa, drugi iz drugog, a treći iz trećeg): $(3, 2, 1)$, $(3, 4, 1)$. Suma najvećih elemenata iz svakog odabira jednaka je $3 + 4 = 7$.

Zadatak Tornjevi



Vito je jednog sunčanog dana promatrao niz kamenih tornjeva koji su se protezali kroz dolinu. Njihove različite visine stvarale su zanimljiv uzorak nalik **histogramu**.

Zamišljao je kako bi bilo zanimljivo povezati neke od njih pomoću vodoravnih ljestvi. Dok je razmišljao o tome, shvatio je da se ljestve ne mogu postaviti baš bilo gdje, jer neki tornjevi između mogu smetati. Odlučio je proučiti gdje bi se takve ljestve uopće mogle sigurno postaviti i koliko ih maksimalno može biti.

Ubrzo ga je ta ideja toliko zaintrigirala da ju je pretvorio u zanimljiv matematički problem:

Dan je niz od N tornjeva koji čine histogram gdje visina i-tog tornja iznosi h_i.

Između dva tornja i i j ($i < j$) možemo postaviti ljestve na visini H ako vrijedi:

- između tornjeva nalazi se **barem jedan** toranj ($j - i \geq 2$)
- $H \leq h_i$ i $H \leq h_j$
- svi tornjevi između njih su **strogo niži** od H

Drugim riječima, vodoravne ljestve na visini H dodiruju tornjeve i i j, dok se svi tornjevi između njih nalaze potpuno ispod tih ljestvi.

Potrebno je odrediti najveći broj ljestvi koje možemo postaviti u zadanom histogramu.

Ulazni podaci

U prvom retku nalazi se prirodan broj n ($1 \leq n \leq 10^6$), broj tornjeva u histogramu.

U drugom retku nalazi se n prirodnih brojeva $h_1, h_2, \ldots, h_n$ ($1 \leq h_i \leq 10^9$), visine tornjeva histograma.

Izlazni podaci

U prvi i jedini redak ispišite najveći broj ljestvi koje možemo postaviti u zadanom histogramu.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	4	$n \leq 3$
2	10	$n \leq 20, h_i \leq 20$
3	23	$n \leq 50$
4	19	$n \leq 700$
5	31	$n \leq 6000$
6	13	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz	ulaz
5 8 7 8 2 3	6 2 4 6 10 4 2
izlaz	**izlaz**
2	0

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Primjetimo da možemo postaviti samo 2 para ljestvi u histogramu, jedne između 1. i 3. tornja na visini 8 te jedne između 3. i 5. tornja na visini 3.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Ne možemo postaviti niti jedne ljestve u zadani histogram.

Zadatak Zmija

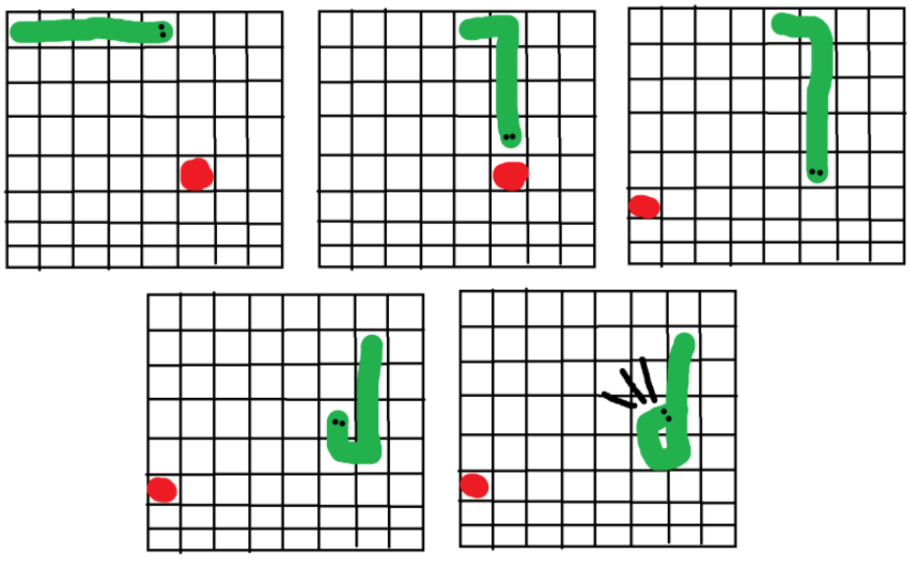
Nakon napornog dana provedenog organizirajući informatičke olimpijade, gđa Alenka konačno se može opustiti i igrati svoju najdražu videoigru *Zmija*. Bit igre je kontrolirati kretanje jedne zmije po kvadratnoj mreži dimenzija $n \times n$ s ciljem da zmija što dulje preživi i pojede što više jabuka koje povećavaju njezinu duljinu.

Zmija je na početku **duljine 5 kvadratića** i nalazi se na pozicijama od $(0, 0)$ do $(0, 4)$. Glava joj se nalazi na $(0, 4)$. Zmija se može kretati u 4 smjera: gore, dolje, lijevo i desno, a njezina duljina se može povećati (ukoliko zmija pojede jabuku). Ako u nekom trenutku zmija ima duljinu l i nalazi se na pozicijama $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_l, y_l)$, pri čemu joj je glava na (x_1, y_1), nakon jednog kretanja nalazit će se na pozicijama $(x', y'), (x_1, y_1), \ldots, (x_{l-1}, y_{l-1})$. Pri kretanju gore vrijedi $(x', y') = (x_1 - 1, y_1)$, pri kretanju dolje $(x', y') = (x_1 + 1, y_1)$, ulijevo $(x', y') = (x_1, y_1 - 1)$, a udesno $(x', y') = (x_1, y_1 + 1)$.

Na mreži se nalazi jedna jabuka. Ukoliko se u nekom trenutku zmijina glava nalazi na poziciji na kojoj je jabuka, zmija je pojede. Tada se zmijino tijelo produži za jedan kvadratić. Preciznije, zmijino tijelo će se nalaziti na pozicijama $(x', y'), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_l, y_l)$. Nakon toga odmah se pojavljuje nova jabuka na nekoj drugoj poziciji. Jabuka se **nikada neće pojaviti na poziciji koju zauzima zmijino tijelo**. Nova jabuka se pojavljuje **nakon što je cijeli proces kretanja i produživanja zmije završen**.

Ukoliko zmija u bilo kojem trenutku izađe iz mreže, igra je gotova. Nadalje, ako se zmija sudari sama sa sobom, igra je također gotova. To se događa kada bi se nakon kretanja zmijina glava trebala naći na poziciji koja je već zauzeta nekim dijelom njezina tijela. Pri kretanju **glava se uvijek pomiče prva, a rep zadnji**. Dakle, ako se prije kretanja zmija nalazila na $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_l, y_l)$, a nakon kretanja bi se trebala nalaziti na $(x_l, y_l), (x_1, y_1), \ldots, (x_{l-1}, y_{l-1})$, zmija se udari u sebe i igra je gotova.

Gđa Alenka je od sumnjivih izvora dobila niz naredbi kretanja koje treba izvršiti kako bi pobijedila u igri, kao i niz lokacija na kojima će se jabuke pojavljivati redom njihova pojavljivanja. Želeći postati što bolja u *Zmiji*, odlučila je testirati ove informacije. Možete li odrediti kolika je bila duljina zmije nakon što je gđa Alenka izvršila sve naredbe? Ili možda nije uspjela izvršiti sve naredbe jer je igra završila ranije?



Slika 3: Ovako bi se odvijala partija iz prvog probnog primjera.

Ulazni podaci

U prvom retku su dva prirodna broja n i k ($5 \leq n \leq 1000, 1 \leq k \leq n^2 - 5$), dimenzija mreže te broj naredbi i jabuka.

U drugom retku je niz duljine k sastavljen od velikih slova "U" (gore), "D" (dolje), "L" (lijevo) i "R" (desno) koji označava niz naredbi kretanja zmije. U nizu naredbi nikada se neće uzastopno pojaviti slova "U" i "D" (u bilo kojem poretku), niti slova "L" i "R" (u bilo kojem poretku).

U svakom od sljedećih k redaka su dva prirodna broja x_i i y_i ($0 \leq x_i, y_i < n$), koordinate na kojima će biti i-ta jabuka. Osigurano je da u trenutku pojavljivanja i-te jabuke (ako se pojavi) na poziciji (x_i, y_i) neće biti nijedan dio zmijinog tijela.

Izlazni podaci

U prvi redak ispišite "GAME OVER" ako je zmija izašla iz mreže ili ako se sudarila sama sa sobom. Inače, nemojte ispisati ništa.

U drugi (odnosno prvi) redak ispišite duljinu zmije u trenutku završetka igre, odnosno nakon izvršavanja posljednje naredbe.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	18	U nizu naredbi javlja se samo kretanje udesno.
2	31	Zmija neće pojesti nijednu jabuku.
3	41	$n \leq 100$
4	10	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
8 10
RDDDDLURRR
4 5
5 0
0 0
0 1
0 2
1 4
1 5
1 2
7 6
6 7
```

izlaz

```
GAME OVER
6
```

ulaz

```
6 2
RU
5 5
2 3
```

izlaz

```
GAME OVER
5
```

ulaz

```
7 4
DDDD
1 4
2 4
3 4
4 4
```

izlaz

```
9
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Primjer je pojašnjen na crtežu iznad. Primijetimo da uopće nismo došli do zadnje dvije naredbe jer je igra završila prije toga te da se većina jabuka uopće nije pojavila jer zmija nije pojela drugu jabuku.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Zmija je izašla iz mreže prije nego što je pojela jabuku pa joj se duljina nije promijenila.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
Sve naredbe su se uspješno izvršile. U svakom koraku zmija je pojela jabuku, ukupno 4 jabuke, pa joj je konačna duljina 9.