

## HONI 2016/2017

1. kolo, 15. listopada 2016.

### Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Broj bodova
<b>Zvono</b>	1 s	64 MB	20
<b>Čokolada</b>	1 s	64 MB	30
<b>Tarifa</b>	1 s	64 MB	50
<b>Jetpack</b>	1 s	64 MB	80
<b>Cezar</b>	1 s	64 MB	100
<b>Mag</b>	4 s	256 MB	120
<b>Kralj</b>	2 s	128 MB	140
<b>Vještica</b>	2 s	64 MB	160
<b>Ukupno</b>			700

Broj osvojenih bodova jednak je zbroju bodova 5 zadataka koji donose najviše bodova. Najveći mogući broj bodova je 600.

Ivici je dosadno na satu matematike pa je odlučio odbrojavati minute do kraja školskog sata. Međutim, to se sjetio napraviti tek  $M$  minuta nakon početka sata. Kako Ivica nije slušao na satu, sada ne zna izračunati od kojeg broja treba početi odbrojavati. Pomozite mu izračunati koliko je minuta preostalo do kraja sata ako znamo da **jedan školski sat traje 45 minuta**.

### ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalazi se prirodan broj  $M$  ( $1 \leq M \leq 44$ ), broj minuta proteklih od početka sata.

### IZLAZNI PODACI

Ispišite broj minuta do kraja sata.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
12	30	5
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
33	15	40

#### Pojašnjenje prvog test primjera:

Nakon 12 minuta Ivici su ostale još 33 minute do kraja sata.

Ivica je Marici poklonio čokoladu koja se sastoji od kockica raspoređenih u  $R$  redova i  $S$  stupaca. Svaka od tih kockica teži  $G$  grama. Ivica nažalost nije znao da je Marica na strogoj dijeti i da ona jede samo čokolade koje imaju ukupno manje od  $M$  ili točno  $M$  grama. Ako čokolada teži strogo više od  $M$  grama, Marica neće pojesti ništa od nje. U suprotnom će pojesti cijelu čokoladu.

Pomozite Ivici i napišite program koji će ispisati koliko će grama čokolade Marica pojesti!

### ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalazi se prirodan broj  $R$  ( $1 \leq R \leq 100$ ), broj redaka čokolade.

U drugom retku ulaza nalazi se prirodan broj  $S$  ( $1 \leq S \leq 100$ ), broj stupaca čokolade.

U trećem retku ulaza nalazi se prirodan broj  $G$  ( $1 \leq G \leq 100$ ), težina svake kockice čokolade izražena u gramima.

U četvrtom retku ulaza nalazi se prirodan broj  $M$  ( $1 \leq M \leq 200$ ), najveća težina čokolade koju Marica može pojesti.

### IZLAZNI PODACI

U jedini redak ispišite koliko će grama čokolade Marica pojesti.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
2	4	3
3	5	3
1	2	2
10	25	20
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
6	0	18

#### Pojašnjenje prvog test primjera:

Čokolada se sastoji od 6 kockica od kojih svaka teži 1 gram. Pošto je ukupna težina (6 grama) manja od 10, Marica će pojesti cijelu čokoladu.

#### Pojašnjenje drugog test primjera:

Čokolada se sastoji od 20 kockica od kojih svaka teži 2 grama. Pošto je ukupna težina (40 grama) veća od 25, Marica neće pojesti ništa, odnosno pojest će 0 grama čokolade.

Pero je sa svojim pružateljem internetskih usluga dogovorio "Jako dobru" tarifu za surfanje internetom. Pružatelj će Peri svaki mjesec dati na korištenje  $X$  megabajta koja on može potrošiti na surfanje internetom. Svaki megabajt koji ne potroši u tom mjesecu prenosi se u sljedeći mjesec te se i dalje može trošiti. Naravno, Pero može potrošiti samo one megabajte koje ima.

Ako znamo koliko je Pero potrošio megabajta u svakom od prvih  $N$  mjeseci od odabira tarife, odredite koliko će megabajta Pero imati na raspolaganju u  $N + 1$  mjesecu korištenja tarife.

### ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodan broj  $X$  ( $1 \leq X \leq 100$ ).

U drugom retku nalazi se prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ).

U sljedećih  $N$  redaka nalazi se po jedan cijeli broj  $P_i$  ( $0 \leq P_i \leq 10\,000$ ), broj potrošenih megabajta u svakom od prvih  $N$  mjeseci korištenja tarife. Brojevi  $P_i$  bit će takvi da Pero nikada neće potrošiti više megabajta nego što trenutno ima.

### IZLAZNI PODACI

U prvi redak treba ispisati traženu vrijednost iz teksta zadatka.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
10	10	15
3	3	3
4	10	15
6	2	10
2	12	20
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
28	16	15

#### Pojašnjenje prvog test primjera:

U prvom mjesecu Pero je od 10 dobivenih megabajta potrošio njih 4 te je 6 prenio u sljedeći mjesec. U drugom mjesecu je od 16 mogućih (10+6) potrošio 6 i dalje prenio 10. U trećem mjesecu je od 20 mogućih (10+10) potrošio 2 i dalje prenio 18. U četvrtom mjesecu imao je ukupno 28 megabajta za potrošiti.

Mali Mirko je dobio novi mobitel za rođendan! Kao i sva djeca danas, brzo je na njega skinuo sve popularne mobilne igrice uključujući i Jetpack Joyride.

U igrici glavni junak Barry trči po polju koje se sastoji od 10 redaka i  $N$  stupaca kvadratića jednake veličine. Barry se na početku nalazi u središtu kvadratića u donjem lijevom kutu. Tijekom igre, Barry neprestano trči udesno brzinom od 1 kvadratića po sekundi, a putem mora izbjegavati prepreke.

Kada Mirko pritisne ekran mobitela Barry uključuje svoj super-duper poseban jetpack i počinje se uzdizati brzinom od jednog kvadratića po sekundi (i dalje se pomičući udesno, tj. tada se kreće dijagonalno prema gore pod kutem od  $45^\circ$ , dok ne dosegne strop, kada će se nastaviti kretati samo desno dok Mirko ne pusti ekran). Kada Mirko pusti ekran mobitela, Barry počinje padati prema podu brzinom od 1 kvadratića po sekundi (opet se kreće dijagonalno, ali ovaj put prema dolje, dok ne dosegne pod, kada se nastavlja kretati udesno).

Mirko je tek nedavno počeo igrati igricu i još nije dobar u njoj. Vidio je na YouTubeu da je netko uspio doći do kraja igre, tj. preći svih  $N$  stupaca, pa vas moli za pomoć. On će vam dati izgled polja u igrici, a vi ispišite popis poteza koje mora napraviti da bi pobijedio.

### ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalazi se broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ), veličina polja.

U sljedećih 10 redaka nalazi se po  $N$  znakova '.' i 'X' koji predstavljaju izgled polja u igrici. Znakovi 'X' predstavljaju prepreke, a '.' prohodna polja.

### IZLAZNI PODACI

U prvom retku izlaza ispišite prirodan broj  $P$  ( $0 \leq P \leq 5 \cdot 10^4$ ), broj poteza koji Mirko treba napraviti.

U sljedećih  $P$  redaka ispišite bilo koji niz od  $P$  poteza, svaki u svom retku, takav da odgovara na Mirkov problem iz teksta zadatka.

Potez je opisan s dva cijela broja  $t_i$  i  $x_i$ , gdje  $t_i$  označava sekundu u kojoj Mirko treba pritisnuti ekran, a  $x_i$  označava koliko dugo treba držati ekran pritisnutim.

Niz poteza mora biti kronološki sortiran, tj. mora vrijediti  $t_i + x_i \leq t_{i+1}$ .

Također, nijedan potez ne smije početi iza kraja igre, tj.  $t_i < N$ .

Ulazni podaci bit će takvi da će rješenje sigurno postojati.

PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz

11

```
.....XX...X
....XX...XX
...XX...XX.
.....
....XXX....
.....
.....X.....
....XX...X.
...XX...XX.
...X...XX..
```

izlaz

2

1 4

7 2

ulaz

20

```
X.....X
.X.....X.
..X.....X..
...X.....X...
....X.....X....
.....X.....X.....
.....X.....X.....
.....X.....X.....
.....X.....X.....
.....X.....X.....
.....X.....X.....
.....XX.....
```

izlaz

1

8 10

Pojašnjenje prvog test primjera:

Put kojim Mirko treba proći igricu označen je znakom '\*':

```
.....XX...X
....XX...XX
...XX...XX.
.....
....XXX....
.....*...*.
....*X*.*.*
...*XX.*.X.
..*XX...XX.
** .X...XX..
```

Mirko ima niz od  $N$  **različitih** riječi koje želi šifrirati supstitucijskom šifrom.

Tekst šifriramo supstitucijskom šifrom tako da prvo odaberemo *ključ* – neku permutaciju engleske abecede. Nakon toga sva pojavljivanja slova 'a' zamjenjujemo prvim slovom ključa, sva pojavljivanja slova 'b' drugim slovom ključa, i tako redom do slova 'z'.

Osim riječi, Mirko posjeduje i niz  $A$ , koji se sastoji od brojeva od 1 do  $N$  u nekom poretku (drugim riječima, niz  $A$  je permutacija brojeva od 1 do  $N$ ). Mirko želi odabrati ključ tako da niz riječi nakon šifriranja i leksikografskog sortiranja odgovara nizu  $A$ . Točnije, želi da riječ koja je na početku na mjestu  $A_i$  nakon šifriranja i sortiranja bude na mjestu  $i$ .

Podsjetimo se, leksikografski poredak riječi je onaj kojim su riječi poredane u rječniku. Ako uspoređujemo dvije riječi, s lijeva na desno u obje riječi tražimo prvo mjesto gdje se slova razlikuju i na temelju toga određujemo koja riječ je leksikografski manja. Ako je riječ  $X$  početak riječi  $Y$ , tada je riječ  $X$  leksikografski manja od riječi  $Y$ .

Mirko trenutno nije raspoložen za šifriranje pa te moli da to učiniš umjesto njega.

### ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodan broj  $N$  ( $2 \leq N \leq 100$ ).

U svakom od sljedećih  $N$  redaka nalazi se po jedna riječ koja se sastoji od najviše 100 malih slova engleske abecede. Riječi će biti međusobno različite.

U zadnjem retku nalazi se  $N$  prirodnih brojeva – elementi niza  $A$ .

### IZLAZNI PODACI

U slučaju da rješenje ne postoji, ispišite "NE".

Inače u prvom retku ispišite "DA", a u drugom riječ od 26 različitih slova engleske abecede – ključ za supstitucijsku šifru.

Ako postoji više rješenja ispišite bilo koje.

### BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 30 bodova riječi će biti sastavljene samo od prvih 6 slova engleske abecede.

**PRIMJERI TEST PODATAKA**

**ulaz**

2  
ab  
bc  
2 1

**izlaz**

DA  
bacdefghijklmnopqrst  
vwxyz

**ulaz**

3  
abc  
bcd  
add  
1 2 3

**izlaz**

NE

**ulaz**

3  
bbb  
ccc  
ddd  
2 3 1

**izlaz**

DA  
adbcefghijklmnopqrst  
vwxyz

*Napomena:* Izlazi su razlomljeni u više redaka zbog manjka horizontalnog prostora.

**Pojašnjenje prvog test primjera:**

Nakon šifriranja riječi postaju "ba", "ac", nakon leksikografskog sortiranja niz postaje "ac", "ba" te je tako prva riječ završila na drugom mjestu, a druga na prvom.

**Pojašnjenje trećeg test primjera:**

Nakon šifriranja riječi postaju "ddd", "bbb", "ccc", nakon leksikografskog sortiranja niz postaje "bbb", "ccc", "ddd" te je tako prva riječ završila na trećem mjestu, treća riječ na drugom mjestu, a druga riječ na prvom mjestu.



Zadano je neusmjereno stablo<sup>1</sup> čijem je svakom čvoru pridružena magija  $X_i$ .  
Magiju puta<sup>2</sup> definiramo kao umnožak magija čvorova na putu podijeljen s brojem čvorova na putu. Npr. magija puta koji se sastoji od čvorova sa magijama 3 i 5 je  $7.5 (3 \cdot 5 / 2)$ .

U danom stablu pronađite put s najmanjom magijom i ispišite magiju tog puta.

### ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalazi se prirodan broj  $N (1 \leq N \leq 10^6)$ , broj čvorova u stablu.

U svakom od sljedećih  $N - 1$  redaka nalaze se po dva prirodna broja, oznake čvorova povezanih bridom.

U  $i$ -tom od sljedećih  $N$  redaka nalazi se cijeli broj  $X_i (1 \leq X_i \leq 10^9)$ , magija  $i$ -tog čvora.

### IZLAZNI PODACI

U jedini redak ispišite magiju puta s najmanjom magijom u obliku potpuno skraćenog razlomka  $P/Q$  ( $P$  i  $Q$  moraju biti relativno prosti prirodni brojevi).

U svim test podacima će traženi brojevi  $P$  i  $Q$  biti manji od  $10^{18}$ .

### BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 24 boda vrijedit će  $N \leq 1\,000$ .

U test podacima ukupno vrijednima dodatnih 36 bodova nijedan čvor neće biti povezan bridom s više od 2 druga čvora.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz

2  
1 2  
3  
4

ulaz

5  
1 2  
2 4  
1 3  
5 2  
2  
1  
1  
1

<sup>1</sup> *Neusmjereno stablo* je povezan graf koji se sastoji od  $N$  čvorova i  $N - 1$  neusmjerenih bridova.

<sup>2</sup> *Put* u grafu je konačan niz bridova koji povezuju slijed čvorova koji su svi međusobno različiti.

izlaz

3/1

3

izlaz

1/2

**Pojašnjenje prvog test primjera:**

Put može početi i završiti u istom čvoru. Put s najmanjom magijom sastoji se samo od čvora s magijom 3 i ima magiju 3 / 1.

**Pojašnjenje drugog test primjera:**

Put koji se sastoji od čvorova s oznakama 2 i 4 ima magiju  $(1 \cdot 1) / 2 = 1 / 2$ .

To je ujedno i put s najmanjom mogućom magijom.

Mladi vladar Mirko proglasio se kraljem patuljaka. Čuvši to, Slavko se osjetio ugroženim i ubrzo se proglasio kraljem vilenjaka! Kako u zemlji ne može biti više od jednog kralja, odlučili su razriješiti pitanje vlasti jednom i zauvijek.

Slavko će, zajedno s  $N$  najsnažnijih vilenjaka iz svog kraljevstva, označenih brojevima od 1 do  $N$ , otići u posjet Mirkovom dvorcu. U dvorani dvorca, sjedeći u krug, dočekat će ih  $N$  najsnažnijih patuljaka, označenih brojevima od 1 do  $N$  u smjeru kazaljke na satu.

Mirko je, na ulazu u dvorac, svakom od Slavkovih vilenjaka dodijelio broj  $A_i$  – oznaku patuljaka protiv kojeg će se boriti. Nažalost, nije pazio da svima dodijeli različite suparnike i ubrzo je izbila strašna svađa.

Problem su odlučili riješiti na sljedeći način:

- Slavko će slati vilenjake u dvoranu jednog po jednog, redosljedom koji on odabere. Idući vilenjak može ući u dvoranu tek nakon što je onaj prije njega pronašao mjesto i sjeo.
- Vilenjak s oznakom  $k$  će prvo doći do patuljaka s oznakom  $A_k$ . Ako kraj tog patuljaka već ne sjedi vilenjak, on će tu sjesti. U suprotnom će nastaviti hodati, od patuljaka do patuljaka, u smjeru kazaljke na satu, sve dok ne pronađe prvog slobodnog patuljaka.

Tada se  $N$  nastalih parova vilenjaka i patuljaka nadmeću u obaranju ruke, te **jači od njih uvijek pobjeđuje**.

Slavko se dobro pripremio za ovaj događaj. Proučio je sve borce i svakom odredio snagu. Sada želi poslati vilenjake u dvoranu u redosljedu koji će im, nakon što svi sjednu, donijeti najveći broj pobjeda.

Pomozite mu i izračunajte **najveći broj pobjeda** u dvobojima koje mogu ostvariti **vilenjaci!**

### ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalazi se prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 5 \cdot 10^5$ )

U drugom retku nalazi se  $N$  brojeva  $A_i$  ( $1 \leq A_i \leq N$ ), suparnici koje je odredio Mirko.

U trećem retku nalazi se  $N$  brojeva  $P_i$  ( $1 \leq P_i \leq 10^9$ ), snage patuljaka.

U četvrtom retku nalazi se  $N$  brojeva  $V_i$  ( $1 \leq V_i \leq 10^9$ ), snage vilenjaka.

Sve snage u ulazu bit će međusobno različite.

### IZLAZNI PODACI

Ispišite najveći broj pobjeda koje mogu ostvariti vilenjaci.

### BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 40% bodova Mirko će svim vilenjacima kao protivnika dodijeliti patuljka broj 1 ( $A_i = 1$  za sve  $i$  od 1 do  $N$ ).

### PRIMJERI TEST PODATAKA

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
3	4	3
2 3 3	3 1 3 3	1 2 3
4 1 10	5 8 7 10	8 4 3
2 7 3	4 1 2 6	9 2 6
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
2	1	2

#### Pojašnjenje prvog test primjera:

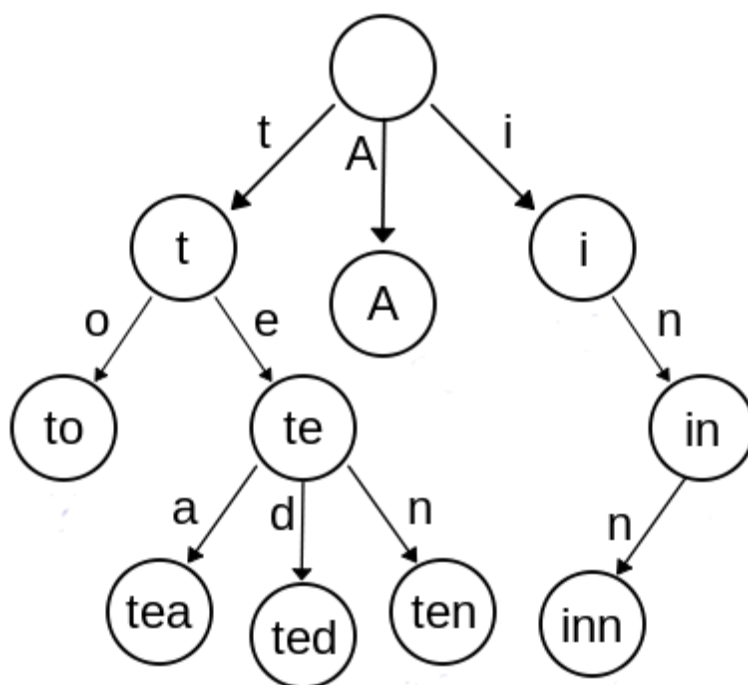
Slavko može poredati vilenjake na sljedeći način: 3, 2, 1. Tako će vilenjak broj 3 sjesti uz patuljka broj 3, vilenjak 2 će morati otići jedno mjesto u smjeru kazaljke na satu i sjesti uz patuljka broj 1, a vilenjak broj 2 će sjesti uz patuljka broj 2. Vilenjaci 1 i 2 će pobijediti u dvoboju, a vilenjak broj 3 će izgubiti.

Mladi heroj i pustolov Matej je, nakon dugog i napornog putovanja, stigao na svoje zadnje odredište – kuću zle vještice Marije. Kako bi završio svoju avanturu on mora riješiti posljednju zagonetku – zagonetku vještice Marije.

Da bi uopće počeo rješavati njenu zagonetku, naš junak mora biti upoznat sa strukturom podataka zvanom prefiksno stablo (eng. *prefix tree*; *trie*).

Prefiksno stablo je struktura podataka koja predstavlja sve prefikse<sup>1</sup> riječi iz nekog skupa riječi na sljedeći način:

- Svaki brid u stablu označen je nekim slovom abecede.
- Korijen stabla predstavlja prazan prefiks.
- Svi drugi čvorovi u stablu predstavljaju neki neprazan prefiks i to tako da svaki čvor predstavlja upravo onaj prefiks koji se dobije spajanjem slova zapisanih na bridovima koji vode od korijena stabla do tog čvora (tim redoslijedom).
- Iz jednog čvora nikad neće izlaziti dva brida označena istim slovom (tako se smanjuje broj čvorova potrebnih za prikaz svih prefiksa).



*Prefiksno stablo za riječi: "A", "to", "tea", "ted", "ten", "i", "in", i "inn".*

Nakon što je Matej naučio što je prefiksno stablo prava zagonetka tek počinje!

Vještica, kao što ste mogli i zaključiti, posjeduje  $N$  riječi koje se sastoje od malih slova engleske abecede. Zagonetka bi bila vrlo jednostavna kada bi vještica tražila broj čvorova prefiksnog stabla za taj skup riječi, no nju to ne zanima. Ona želi znati **najmanji broj**

<sup>1</sup> Prefiks riječi je uzastopni podniz slova od početka riječi do neke pozicije u riječi.

čvorova koje prefiksno stablo može imati nakon permutiranja slova unutar svake riječi na proizvoljan način.

Pomozite Mateju naći odgovor na vještičju zagonetku!

### ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalazi se prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 16$ ).

U sljedećih  $N$  redaka nalazi se po jedna riječ koja se sastoji od malih slova engleske abecede.

Ukupna duljina svih riječi bit će manja od 1 000 000.

### IZLAZNI PODACI

Ispišite jedan broj, odgovor na zagonetku vještice Marije.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
3	3	4
a	a	baab
ab	ab	abab
abc	c	aabb
		bbaa
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
4	4	5

#### Pojašnjenje trećeg test primjera:

Sve riječi možemo presložiti u riječ "aabb" pa će prefiksno stablo imati 5 čvorova (4 + 1 za korijen stabla – prazan prefiks).