Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

4. kolo, 16. siječnja 2021.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Poslovica	1 sekunda	512 MiB	20
Jakov	1 sekunda	512 MiB	30
Pizza	1 sekunda	512 MiB	50
Vepar	1.5 sekundi	512 MiB	70
Hop	1 sekunda	512 MiB	110
Janjetina	1.5 sekundi	512 MiB	110
Patkice II	2 sekunde	512 MiB	110
Ukupno			500

Zadatak Poslovica

Svake večeri prije spavanja, majka priča priče malom Peri. Kako već bude umorna nakon dugog dana na poslu, ponekad joj se dogodi da zadrijema i počne krivo pričati priču. Tako u majčinim pričama vuk ruši nepropisno izgrađene nebodere dvojice praščića, Crvenkapica prska vuka sprejem za samoobranu, a Modrobradi policiji nudi mito da ne završi u zatvoru.

Ove je noći Perina majka opet bila jako umorna pa je zadrijemala taman na kraju priče. Umjesto poznate izreke "Pero je jače od mača", majka je izgovorila "Pero je jače od mača, a ti moj mali Pero nisi jači od mačeta" i zaspala.

Mali Pero, po običaju, nije odmah zaspao nego je pun energije ustao iz kreveta i krenuo provjeravati mamine riječi. Uzeo je svoj drveni mač, igračku kupljenu na lokalnom renesansnom sajmu. Posudio je pero od papige Marka i počeo se hrvati s mačetom Daliborom. Tako je otkrio da je njegova jačina p_1, jačina pera p_2, jačina mačeta m_1, a jačina mača m_2. Nakon sve te zabave malom Peri se prispavalo pa vas moli da odredite je li majka bila umorna i nešto krivo rekla ili je majka nepobjediva i u pravu čak i na rubu sna.

Ulazni podatci

U prvom je retku prirodan broj p_1 ($1 \le p_1 \le 100$), Perina jačina.

U drugom je retku prirodan broj p_2 ($1 \le p_2 \le 100$), jačina pera.

U trećem je retku prirodan broj m_1 ($1 \le m_1 \le 100$), jačina mačeta.

U četvrtom je retku prirodan broj m_2 ($1 \le m_2 \le 100$), jačina mača.

Izlazni podatci

Ako je pero jače od mača, a Pero nije jači od mačeta, ispišite `NEPOBJEDIVA`, inače ispišite `UMORNA`.

Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
5 6 7 3	3 2 5 4	6 7 6 2
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
NEPOBJEDIVA	UMORNA	NEPOBJEDIVA

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:

U trećem probnom primjeru pero je jače od mača i Pero nije jači od mačeta (jednako su jaki) pa su majčine riječi istinite.

Zadatak Jakov

Profesor Jakov ne voli kada studenti kasne na njegovo predavanje. Svakog studenta koji zakasni upiše u svoju “crnu knjigu” i onda ga na usmenom ispitu pita teška pitanja. Student je zakasnio na predavanje ako je u učionicu u kojoj se održava predavanje ušao nakon profesora, tj. ako je vrijeme ulaska studenta u učionicu **strogo nakon** vremena ulaska profesora Jakova.

Ako znamo vrijeme kada je profesor Jakov ušao u učionicu te vremena ulazaka svih n studenata, odredite koliko je studenta zakasnilo na predavanje. Svi ulasci u prostoriju dogodit će se unutar istog dana.

Ulazni podatci

U prvom je retku prirodan broj n ($1 \le n \le 100$), broj studenata.

U drugom su retku dva cijela broja s_0 ($0 \le s_0 \le 23$) i m_0 ($0 \le m_0 \le 59$), sat i minuta kada je profesor Jakov ušao u učionicu.

U sljedećih n redaka su po dva cijela broja s_i ($0 \le s_i \le 23$) i m_i ($0 \le m_i \le 59$), sat i minuta kada je i-ti student ušao u učionicu.

Izlazni podatci

Ispište koliko je studenata zakasnilo na predavanje.

Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 9 bodova vrijedit će $n = 3$.

Probni primjeri

ulaz

```
3
9 0
8 50
9 20
7 30
```

izlaz

```
1
```

ulaz

```
5
10 0
9 20
10 1
10 0
11 15
12 10
```

izlaz

```
3
```

ulaz

```
6
12 30
10 15
11 5
12 15
11 45
11 5
8 30
```

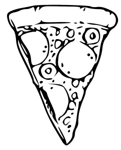
izlaz

```
0
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Profesor Jakov je u učionicu ušao u 9:00. Na predavanje je zakasnio jedan student i to onaj koji je u učionicu ušao u 9:20.

Zadatak Pizza



Mirko se nakon napornog dana za večeru odlučio počastiti pizzom. Među mnoštvom papira na stolu, pronašao je letak obližnje pizzerije.

Pizzerija ima u ponudi m različitih pizza. Njihove sastojke možemo označiti prirodnim brojevima. i-ta pizza na sebi ima k_i različitih sastojaka, čije su oznake $b_{i,1}, b_{i,2}, \dots, b_{i,k_i}$.

Mirko je jako izbirljiv kad je u pitanju hrana. On ne voli n različitih sastojaka s oznakama $a_1, a_2, \dots, a_n$, i ne želi naručiti pizze koje sadrže barem jedan od tih sastojaka.

Odredite koliko ima pizza koje Mirko može naručiti, odnosno koje ne sadrže niti jedan od njemu neomiljenih sastojaka.

Ulazni podatci

U prvom je retku prirodan broj n $(1 \leq n \leq 100)$, broj sastojaka, te zatim n međusobno različitih prirodnih brojeva a_i $(1 \leq a_i \leq 100)$, oznake sastojaka koje Mirko ne voli.

U drugom je retku prirodan broj m $(1 \leq m \leq 100)$, broj pizza.

Zatim slijedi m redaka koji opisuju pizze. U i-tom od tih redaka je prirodan broj k_i $(1 \leq k_i \leq 100)$, broj sastojaka, te zatim k_i međusobno različitih prirodnih brojeva $b_{i,j}$ $(1 \leq b_{i,j} \leq 100)$, oznake sastojaka na i-toj pizzi.

Pizze, tj. skupovi sastojaka pizza, bit će međusobno različiti.

Izlazni podatci

Ispišite broj pizza koje Mirko može naručiti.

Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 20 bodova vrijedit će $n = 1$ i $k_1 = k_2 = \cdots = k_m = 1$.

Probni primjeri

ulaz

```
1 2
3
1 1
1 2
1 3
```

izlaz

```
2
```

ulaz

```
2 1 2
4
2 1 4
3 1 2 3
2 3 4
3 3 5 7
```

izlaz

```
2
```

ulaz

```
1 4
3
1 1
1 2
1 3
```

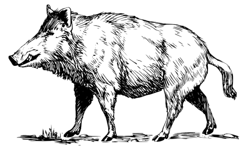
izlaz

```
3
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera:

Mirko ne voli sastojke 1 i 2. Zato ne može naručiti prvu pizzu jer ona sadrži sastojak 1, i ne može naručiti drugu pizzu jer ona sadrži i sastojak 1 i sastojak 2. Treća i četvrta pizza ne sadrže niti sastojak 1 niti sastojak 2, pa njih može naručiti.

Zadatak Vepar



Zadana su dva intervala prirodnih brojeva $\{a, a+1, \ldots, b\}$ i $\{c, c+1, \ldots, d\}$. Odredite je li umnožak drugog intervala $c \cdot (c+1) \cdots d$ djeljiv umnoškom prvog intervala $a \cdot (a+1) \cdots b$.

Ulazni podatci

Jedan testni primjer sastoji se od t nezavisnih slučajeva.
U prvom je retku prirodan broj t ($1 \leq t \leq 10$).

U svakom od sljedećih t redaka su po četiri prirodna broja a_i, b_i, c_i, d_i ($1 \leq a_i \leq b_i \leq 10^7$, $1 \leq c_i \leq d_i \leq 10^7$).

Izlazni podatci

Ispišite t redaka. U i-ti redak ispišite `DA` ako vrijedi $a_i \cdot (a_i+1) \cdots b_i \mid c_i \cdot (c_i+1) \cdots d_i$, a inače ispišite `NE`.

Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 10 bodova vrijedit će $a_i, b_i, c_i, d_i \leq 50$.
U testnim primjerima vrijednima dodatnih 20 bodova vrijedit će $a_i, b_i, c_i, d_i \leq 1000$.
U testnim primjerima vrijednima dodatnih 10 bodova vrijedit će $a_i = 1$.

Probni primjeri

ulaz

```
2
9 10 3 6
2 5 7 9
```

izlaz

```
DA
NE
```

ulaz

```
6
1 2 3 4
1 4 2 3
2 3 1 4
1 3 2 4
19 22 55 57
55 57 19 22
```

izlaz

```
DA
NE
DA
DA
DA
DA
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Vrijedi $9 \cdot 10 = 90$, te $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 360$. Odgovor je `DA` jer 90 dijeli 360.

Vrijedi $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$, što ne dijeli $7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$. Zato je odgovor u drugom retku `NE`.

Zadatak Hop

♩ *Jeremiah was a bullfrog*
Was a good friend of mine ♩

Postoji n nanizanih lopoča indeksiranih od 1 do n. Na lopoču i je prirodan broj x_i, te je niz brojeva $(x_i)_{1\leq i\leq n}$ strogo rastući.

Tri su žabe.

Svaki par lopoča (a, b), gdje je $a < b$, treba dodijeliti žabi 1, žabi 2, ili žabi 3.

Žaba može skočiti *hop* s lopoča i na lopoč $j > i$ ako joj je (i, j) dodijeljen, te x_i **dijeli** x_j.

Podijelite parove žabama tako da nijedna žaba ne može napraviti više od 3 uzastopna hop.

Ulazni podatci

U prvom je retku prirodan broj n $(1 \leq n \leq 1000)$, broj lopoča.

U drugom je retku strogo rastući niz od n prirodnih brojeva x_i $(1 \leq x_i \leq 10^{18})$, brojevi na lopočima.

Izlazni podatci

Ispišite $n - 1$ redaka. U i-tom retku ispišite i brojeva, gdje j-ti broj predstavlja oznaku žabe kojoj je dodijeljen par $(j, i + 1)$.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$n \leq 30$
2	100	Nema dodatnih ograničenja.

Ako u ispisanoj podjeli neka žaba može skočiti k uzastopnih hop, gdje je $k > 3$, te nijedna žaba ne može skočiti $k + 1$ uzastopnih hop, dobit ćete $f(k) \cdot x$ bodova za taj testni primjer, gdje je

$$f(k) = \frac{1}{10} \cdot \begin{cases} 11 - k & \text{ako } 4 \leq k \leq 5, \\ 8 - \lfloor k/2 \rfloor & \text{ako } 6 \leq k \leq 11, \\ 1 & \text{ako } 12 \leq k \leq 19, \\ 0 & \text{ako } k \geq 20, \end{cases}$$

a x broj bodova predviđenih za pripadni podzadatak.

Broj bodova nekog podzadatka jednak je najmanjem broju bodova koje vaše rješenje ostvaruje na nekom od testnih primjera tog podzadatka.

Probni primjeri

ulaz

```
8
3 4 6 9 12 18 36 72
```

izlaz

```
1
2 3
1 2 3
1 2 3 1
2 3 1 2 3
1 2 3 1 2 3
1 2 3 1 2 3 1
```

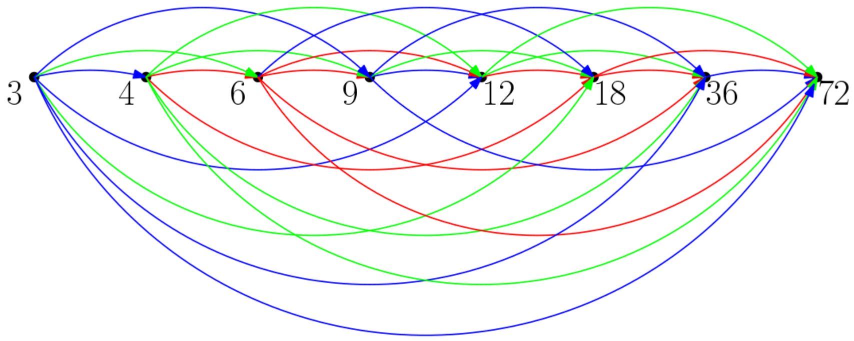
ulaz

```
2
10 101
```

izlaz

```
1
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:



Žabe su označene plavom (1), zelenom (2) i crvenom (3) bojom.

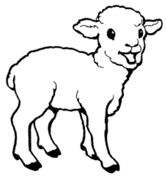
Plava žaba može skočiti hop s lopoča $x_1 = 3$ na lopoč $x_4 = 9$, zatim na lopoč $x_7 = 36$, pa onda na lopoč $x_8 = 72$. To su jedina tri uzastopna hop koje neka žaba može napraviti.

Zelena žaba može skočiti hop s lopoča $x_2 = 4$ na lopoč $x_5 = 12$, a zatim na lopoč $x_7 = 36$, jer 4 dijeli 12, te 12 dijeli 36. To su dva uzastopna hop.

Crvena žaba ne može skočiti hop s lopoča $x_2 = 4$ na lopoč $x_3 = 6$ jer 6 nije djeljiv s 4.

Nijedna žaba ne može napraviti više od tri uzastopna hop.

Zadatak Janjetina



Nakon što su se diljem Hrvatske restorani zatvorili do daljnjega, gospodina Malnara nakratko je obuzela tuga, jer ne zna kada će sljedeći put moći sjesti u restoran na janjetinu. No ubrzo je shvatio da nema smisla biti tužan, te je odlučio da će čim se restorani opet otvore putovati po Hrvatskoj i častiti se janjetinom.

Gospodin Malnar zna da postoji n gradova koje može posjetiti i on ih označava brojevima od 1 do n. Također zna da je tih n gradova povezano s $n-1$ dvosmjernih cesta, tako da je moguće iz svakog grada doći u svaki drugi grad.

Uz svaku od $n-1$ cesti nalazi se restoran koji poslužuje janjetinu, te gospodin Malnar zna za svaki restoran koliko kila janjetine može naručiti.

Odlučio da će odabrati dva različita grada x i y, te putovati od grada x do grada y **najkraćim** putem, tj. putem koji koristi najmanje cesti. Na tom putu će pojesti janjetinu u samo **jednom** restoranu i to onome u kojemu može naručiti **najviše** janjetine (ako ima više takvih restorana, odabrat će bilo koji), te će naravno pojesti svu janjetinu koju naruči.

Gospodin Malnar smatra put duljine l na kojemu će pojesti w kila janjetine **zadovoljavajućim** ako vrijedi $w - l \geq k$. Duljina puta jednaka je broju **cesti** kroz koje prolazi.

Još nije ništa konkretno isplanirao, pa ga zanima koliko postoji uređenih parova različitih gradova (x, y) takvih da je najkraći put od grada x do grada y zadovoljavajuć. S obzirom da nema dovoljno slobodnog vremena, moli vas da mu vi to pomognete izračunati.

Ulazni podatci

U prvom su retku prirodni brojevi n i k ($1 \leq n, k \leq 100\ 000$), broj gradova i broj iz teksta zadatka.

U svakom od sljedećih $n-1$ redaka su po tri prirodna broja x, y i w ($1 \leq x, y \leq n,\ x \neq y,\ 1 \leq w \leq 100\ 000$) koji označavaju da postoji dvosmjerna cesta između gradova x i y uz koju se nalazi restoran u kojemu se može naručiti w kila janjetine.

Izlazni podatci

Ispišite broj uređenih parova različitih gradova (x, y) takvih da je najkraći put od grada x do grada y zadovoljavajuć.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	15	$1 \leq n \leq 1000$
2	35	Gradovi i te $i+1$ ($1 \leq i \leq n-1$) su izravno povezani.
3	60	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3 1
1 2 3
1 3 2
```

izlaz

```
6
```

ulaz

```
4 1
1 2 1
2 3 2
3 4 3
```

izlaz

```
6
```

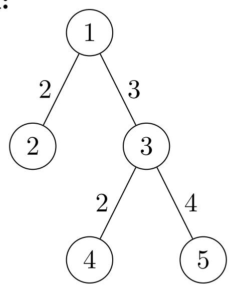
ulaz

```
5 2
1 2 2
1 3 3
3 4 2
3 5 4
```

izlaz

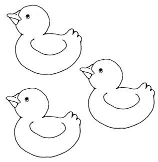
```
8
```

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:



Traženi parovi su $(1,3)$, $(3,1)$, $(1,5)$, $(5,1)$, $(3,5)$, $(5,3)$, $(4,5)$ i $(5,4)$.

Zadatak Patkice II



Nakon što je vijest o uspješnom kišobranskom putovanju između dva otoka došla do Hollywooda, Netflix je odlučio ovjekovječiti putovanja triju patkica u seriju.

Podsjetimo se, patkice posjeduju kartu morskih struja. Na karti je otok s patkicama označen slovom `'o'`. Patkice se s otoka mogu otisnuti na sve četiri strane svijeta. Morske struje su označene sljedećim znakovima: zapad-istok `'>'`, istok-zapad `'<'`, sjever-jug `'v'` te jug-sjever `'^'`. Kada se patkice nalaze na mjestu na kojem je na karti naznačena struja, kreću se u smjeru struje. Mirno more označeno je točkom `'.'`. Ako morske struje dovedu patkice na mirno more, natrag na početni otok ili izvan karte, njihovo putovanje završava. Otok na koji patkice žele doći označen je slovom `'x'`.

Radi povećanja popularnosti i profitabilnosti serije, Netflix je u priču patkica ubacio nekoliko promjena: more sada **može** sadržavati divlje vrtloge (mjesta na kojima bi se slijedeći morsku struju patkice vrtile u krug) i morske struje koje vode van karte, kao i ljubavni trokut među patkicama. Budući da u otočju u kojem su patkice imale svoju originalnu avanturu nije bilo takvih pojava, Netflixov redatelj je promijenio originalnu kartu struja. Pritom mu se potkralo nekoliko grešaka pa u otočju na novoj karti nije moguće doći od početnog do završnog otoka.

Redatelji Netflixovih serija su vrlo važni ljudi i ne zamaraju se nelogičnostima u radnji. Tako je vas zapao zadatak da na karti **promijenite minimalan** broj znakova tako da patkice **mogu doći od početnog do završnog otoka**.

Zbog detalja priče znakovi za početni i završni otok (`'o'` i `'x'`) **ne smiju** se mijenjati. Sva ostala polja na karti označavaju smjer morske struje ili mirno more (znakovi `'<>v^.'`). Ta je polja dozvoljeno mijenjati tako da na njima opet bude neki od znakova `'<>v^.'`.

Ulazni podatci

U prvom su retku prirodni brojevi r i s ($3 \le r, s \le 2000$), broj redova i stupaca karte.

U sljedećih r redaka nalazi se po s znakova iz skupa `'o<>v^.x'` koji predstavljaju kartu morskih struja. U ulaznim podacima uvijek će biti prisutan točno jedan znak `'o'` i točno jedan znak `'x'`, te oni neće biti susjedni. ASCII vrijednost znaka `'^'` je 94.

Izlazni podatci

U prvom retku ispišite k, minimalan broj promjena koje treba napraviti da patkice mogu doći od početnog do završnog otoka.

U sljedećih r redaka ispište po s znakova, kartu na kojoj je promijenjeno k znakova u odnosu na početnu kartu i koja zadovoljava uvjete zadatka.

Ukoliko postoji više različitih valjanih karata, ispišite bilo koju.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	30	$3 \le r, s \le 20$
2	80	Nema dodatnih ograničenja.

Ako je u svim testnim primjerima nekog podzadatka prvi redak ispisa (minimalni broj promjena) točan, te u barem jednom testnom primjeru ispisana karta nije ispravna, dobit ćete polovinu bodova predviđenih za taj podzadatak.

Probni primjeri

ulaz

```
3 3
>vo
vv>
x>>
```

izlaz

```
1
>vo
vv>
x<>
```

ulaz

```
3 6
>>vv<<
^ovvx^
^<<>>^
```

izlaz

```
2
>>vv<<
^o>>x^
^<<>>^
```

ulaz

```
4 4
x.v.
.>.<
>.<.
.^.o
```

izlaz

```
4
x<<.
.>^<
>.<^
.^.o
```