Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

2. kolo, 13. studenoga 2021.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Sram	1 sekunda	512 MiB	20
Kosa	1 sekunda	512 MiB	30
Kaučuk	1 sekunda	512 MiB	50
Kutije	1 sekunda	512 MiB	70
Hiperkocka	1 sekunda	512 MiB	110
Magneti	1 sekunda	512 MiB	110
Osumnjičeni	1 sekunda	512 MiB	110
Ukupno			500

Zadatak Sram

Stara poslovica kaže: “Prevari me jednom - sram te bilo, prevari me dvaput - sram me bilo.” Sheldon koristi poopćenu verziju te poslovice koju je jednom rekao Penny: “Penny, prevari me n puta - sram te bilo, prevari me $n+1$ puta - sram me bilo.”

Ako je zadan n iz poslovice te k, redni broj trenutne prevare koju je Penny napravila Sheldonu, ispišite koga je sram: Penny ili Sheldona.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj n $(1 \leq n \leq 100)$ iz Sheldonove poslovice.

U drugom je retku prirodan broj k $(1 \leq k \leq n+1)$, redni broj prevare koju je Penny napravila Sheldonu.

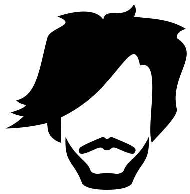
Izlazni podaci

Ispišite koga je sram, Penny ili Sheldona. Odgovor ispišite velikim tiskanim slovima.

Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
1 2	5 3	6 6
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
SHELDON	PENNY	PENNY

Zadatak Kosa



Josip je oduvijek bio ljubomoran na Gabrijelovu bujnu kosicu i zato je odlučio da će i sam uzgojiti takvu veličanstvenu grivu. Međutim, Josip je jako nestrpljiv i ne da mu se čekati da kosa prirodno naraste pa je odlučio koristiti dva magična preparata za rast kose. Zbog djelovanja prvog preparata Josipova će kosa na početku svakog a-tog dana (od početka korištenja preparata) narasti za x milimetara, a zbog djelovanja drugog preparata će na početku svakog b-tog dana narasti za y milimetara. Ako se pak neki dan poklope djelovanja oba preparata, onda će taj dan kosa narasti za $2 \cdot (x + y)$ milimetara.

Josipova kosa je trenutno duga n milimetara i njega zanima za koliko će dana postati duža od Gabrijelove, ako sutra krene koristiti preparate. Gabrijelova je kosa dugačka m milimetara i njezina duljina se neće mijenjati jer se on svaki dan šiša kako bi ju održao na toj savršenoj duljini.

Ulazni podaci

U prvom su retku dva cijela broja, n i m ($0 \leq n < m \leq 5000$) koji označavaju duljinu Josipove i duljinu Gabrijelove kose.

U drugom su retku dva prirodna broja a ($1 \leq a \leq 50$) i x ($1 \leq x \leq 100$) koji opisuju prvi magični preparat.

U trećem su retku dva prirodna broja b ($1 \leq b \leq 50$) i y ($1 \leq y \leq 100$) koji opisuju drugi magični preparat.

Izlazni podaci

Ispišite za koliko će dana Josipova kosa postati duža od Gabrijelove.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$a = b = 1$
2	20	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
1 5
1 1
1 1
```

izlaz

```
2
```

ulaz

```
10 25
2 1
3 4
```

izlaz

```
6
```

ulaz

```
0 100
5 10
7 3
```

izlaz

```
40
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Oba preparata će djelovati svakog dana pa će svaki dan kosa narasti za $2 \cdot (1 + 1) = 4$ milimetra. Prvi dan će kosa biti duga 5 milimetara, a za dva dana kosa će biti duga 9 milimetra što je duže od Gabrijelove.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
2. dan: Kosa naraste za 1 milimetar (zbog prvog preparata).
3. dan: Kosa naraste za 4 milimetra (zbog drugog preparata).
4. dan: Kosa naraste za 1 milimetar (zbog prvog preparata).
6. dan: Kosa raste za $2 \cdot (1 + 4) = 10$ milimetara (zbog oba preparata) i sad je duga 26 milimetara.

Zadatak Kaučuk

Znanstvenik Davor piše svoje radove u LaTeX-u [1]. Inspiriran LaTeX-om osmislio je *Kaučuk*. Kaučuk je vrlo jednostavan program za pripremu teksta za ispis. Pomoću njega moguće je numerirati naslove odjeljaka, pododjeljaka i podpododjeljaka i pripremiti ih za ispis.

U Kaučuku postoje samo tri naredbe:

- Naredba `section` započinje odjeljak. Svi odjeljci u ulaznom kodu u izlazu su numerirani prirodnim brojevima počevši od 1 redom kojim se nalaze u ulazu (vidi prvi probni primjer).
- Naredba `subsection` započinje pododjeljak. Pododjeljci se numeriraju pomoću dva broja: broja odjeljka unutar kojega se pododjeljak nalazi i broja pododjeljka unutar tog odjeljka (vidi drugi probni primjer). U svakom odjeljku numeracija pododjeljaka ponovno počinje od 1 (vidi treći probni primjer).
- Naredba `subsubsection` započinje podpododjeljak koji koristi tri broja za numeraciju: broj odjeljka, broj pododjeljka i broj podpododjeljka u pododjeljku, slično pododjeljcima u odjeljku (vidi drugi probni primjer).

U ulaznim podatcima će se svi pododjeljci nalaziti u nekom odjeljku, a svi podpododjeljci u nekom pododjeljku. Davor možda je vrstan znanstvenik, ali mu programiranje nije jača strana pa vas moli da napišete program koji tekst pisan u Kaučuku priprema za ispis.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodni broj n ($1 \leq n \leq 100$) broj linija Kaučuk naredbi.

U sljedećih se n redaka nalaze linije Davorovog Kaučuk koda. Svaka linija koda sastoji se od dva niza znakova, odvojena razmakom: vrste odjeljka (`section`, `subsection` ili `subsubsection`) i njegovog naslova. Naslovi će se sastojati od najviše 20 malih slova engleske abecede.

Izlazni podaci

U n redaka treba ispisati numerirane nazive odjeljaka, pododjeljaka i podpododjeljaka iz Davorovog koda.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$1 \leq n \leq 3$
2	10	U Kaučuk kodu pojavljuje se samo naredba `section`.
3	10	U Kaučuk kodu pojavljuju se samo naredbe `section` i `subsection`.
4	20	Nema dodatnih ograničenja.

[1] tekstualnom programu za pripremu dokumenata za ispis

Probni primjeri

ulaz

```
3
section zivotinje
section boje
section voce
```

izlaz

```
1 zivotinje
2 boje
3 voce
```

ulaz

```
4
section zivotinje
subsection macke
subsection psi
subsubsection mops
```

izlaz

```
1 zivotinje
1.1 macke
1.2 psi
1.2.1 mops
```

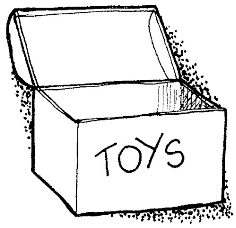
ulaz

```
4
section zivotinje
subsection psi
section voce
subsection ananas
```

izlaz

```
1 zivotinje
1.1 psi
2 voce
2.1 ananas
```

Zadatak Kutije



Martin ima n kutija koje su označene prirodnim brojevima od 1 do n. U svakoj se kutiji nalazi po jedna igračka. Igračke su također označene prirodnim brojevima od 1 do n i to tako da se na početku igračka s oznakom i nalazi u kutiji s oznakom i.

Martin povremeno pozove jednog od svojih m prijatelja da se druže. Kada se sastanu, njegov prijatelj izvadi igračke iz kutija i krene se zabavljati s njima. Martinu su za to vrijeme zanimljivije kutije. Kada im to dosadi, Martinov prijatelj pospremi igračke nazad u kutije, no ne vrati nužno svaku igračku u kutiju iz koje ju je uzeo.

Martin je uočio da svaki od njegovih m prijatelja uvijek pobrka igračke na isti način. Preciznije, svaki njegov prijatelj ima vlastiti niz od n prirodnih brojeva $p_1, ..., p_n$ na temelju kojeg određuje kako će pospremiti igračke nazad u kutije, pri čemu se u tom nizu svaki prirodni broj od 1 do n pojavljuje točno jednom. Njegov prijatelj pobrka igračke tako da na kraju druženja u kutiji s oznakom i završi igračka koja je na početku druženja bila u kutiji s oznakom p_i. Uočite da, budući da se svaki prirodni broj od 1 do n pojavljuje točno jednom u nizu, jednom kad su sve igračke vraćene u kutije, u svakoj će kutiji opet biti po jedna igračka.

Martina sada zanimaju odgovori na pitanja sljedećeg oblika: on promatra igračku s oznakom a (koja je na početku u kutiji s oznakom a) i pita se je li moguće da se nekim nizom druženja postigne da ta igračka završi u kutiji s oznakom b. Pod niz druženja podrazumijeva se da Martin može pozvati koje god prijatelje želi, u kojem god poretku te da prijatelje može zvati i više puta, a neke ne mora uopće. Martina zanima odgovor na q ovakvih pitanja.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi n, m i q – redom broj kutija (također i igračaka), broj Martinovih prijatelja i broj pitanja.

U k-tom od sljedećih m redaka nalazi se niz prirodnih brojeva $p_1, ..., p_n$ koji Martinov k-ti prijatelj koristi za pospremanje igračaka u kutije. Svaki prirodni broj od 1 do n pojavljuje se točno jednom u nizu.

U svakom od sljedećih q redaka nalaze se dva prirodna broja a i b ($1 \leq a, b \leq n$) koja predstavljaju pitanje.

Izlazni podaci

U svakom od q redaka ispišite odgovor na odgovarajuće pitanje: `DA` ako je moguće dovesti igračku u pitanju u željenu kutiju, a `NE` inače.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq n, m \leq 1000$, $1 \leq q \leq 500\,000$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	15	$m = 1$
2	10	$1 \leq n, m, q \leq 100$. Dodatno, za svako pitanje za koje je odgovor `DA` postojat će niz od najviše dva druženja koji postiže traženi rezultat.
3	10	$1 \leq n, m, q \leq 100$
4	35	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
4 1 3
1 2 4 3
1 1
1 2
3 4
```

izlaz

```
DA
NE
DA
```

ulaz

```
4 2 4
2 1 3 4
1 2 4 3
2 1
3 4
1 4
2 3
```

izlaz

```
DA
DA
NE
NE
```

ulaz

```
6 2 2
2 1 4 5 3 6
3 2 4 1 5 6
1 5
6 3
```

izlaz

```
DA
NE
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Za prvo pitanje, igračka s oznakom 1 je već na početku u kutiji s oznakom 1 pa je odgovor odmah `DA`.

Za drugo pitanje, uočimo da koliko god puta Martin pozove svog prijatelja, kutije s oznakama 1 i 2 ne mijenjaju svoj sadržaj pa je odgovor `NE`.

Za treće pitanje, uočimo da se kod svakog druženja sadržaji kutija 3 i 4 zamijene, stoga će se nakon jednog druženja igračka s oznakom 3 naći u kutiji s oznakom 4 i odgovor je `DA`.

Zadatak Hiperkocka

...mrak je u kocki, mrak je u kocki...

Pet sati ujutro. Daniel se budi, otvara oči. Gleda oko sebe. Glava ga malo boli. U ušima mu i dalje zuji.

Shvaća da se nalazi na dječjem igralištu, u velikoj metalnoj kocki.

...bija san u kocki, bija san u kocki...

Prisjeća se slične situacije u kojoj se našao prije tri godine, na drugom kolu HONI-ja, četvrti zadatak.

...opet san u kocki, opet san u kocki...

No ovoga puta, stvar je puno kompliciranija... Daniel se nalazi u n-dimenzionalnoj hiperkocki $\mathcal{Q}_n$. Oko njega je razbacano 2^{n-1} identičnih kopija stabla $\mathcal{T}$ s n bridova. Ubrzo mu postaje jasno da se spas nalazi u popločavanju bridova hiperkocke tim stablima.

Formalno, *hiperkocka* $\mathcal{Q}_n$ je graf s čvorovima $0, 1, \ldots 2^n - 1$, u kojem su čvorovi x i y povezani ako i samo ako je njihov bitovni *xor* potencija broja 2.

Stablo smijemo *postaviti* na hiperkocku tako da:

- svaki čvor stabla odgovara nekom čvoru hiperkocke
- ti su čvorovi međusobno različiti
- ako između dva čvora postoji brid u stablu, onda mora postojati brid između odgovarajućih čvorova u hiperkocki.

Popločavanje hiperkocke je postavljanje stabala tako da svaki brid hiperkocke pripada najviše jednom stablu.

Vaš je zadatak popločati hiperkocku $\mathcal{Q}_n$ sa što više kopija danog stabla $\mathcal{T}$ koje ima n bridova.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj n ($1 \le n \le 16$), dimenzija hiperkocke.

U svakom od sljedećih n redaka su po dva cijela broja x i y ($0 \le x, y \le n$, $x \ne y$) koji označavaju da su u stablu $\mathcal{T}$ čvorovi x i y povezani.

Izlazni podaci

U prvi redak ispišite broj stabala u vašem popločavanju.

Svaki sljedeći redak ispisa opisivat će postavljanje jedne kopije stabla $\mathcal{T}$.

U i-tom od tih redaka ispišite $n+1$ brojeva $a_0^{(i)}, a_1^{(i)} \ldots a_n^{(i)}$. Ti brojevi označavaju da je i-to stablo postavljeno tako da čvor hiperkocke $a_j^{(i)}$ odgovara čvoru stabla j, za sve $j = 0, \ldots, n$.

Bodovanje

Ako vaše rješenje ispravno postavlja k stabala, dobit ćete $f(k) \cdot 110$ bodova za taj testni primjer, gdje je

$$f(k) = \begin{cases} 0.7 \cdot k/2^{n-1} & \text{ako } k < 2^{n-1} \\ 1 & \text{ako } k = 2^{n-1}. \end{cases}$$

Naravo, ako rješenje nije ispravno, dobit ćete 0 bodova.

Ukupan broj bodova jednak je najmanjem broju bodova koje vaše rješenje ostvaruje na svim testnim primjerima.

Moguće je dokazati da rješenje koje koristi svih 2^{n-1} stabala uvijek postoji.

Probni primjeri

ulaz

```
1
0 1
```

izlaz

```
1
0 1
```

ulaz

```
2
0 1
1 2
```

izlaz

```
2
0 1 3
0 2 3
```

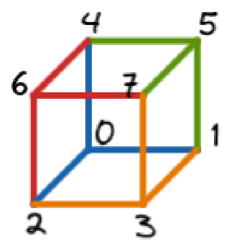
ulaz

```
3
0 1
0 2
0 3
```

izlaz

```
4
0 1 2 4
3 1 2 7
5 1 4 7
6 2 4 7
```

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:



Zadatak Magneti

Malom Marku dosadilo je igranje sumnjivim kriptovalutama poput Shiba Inu-a i XRC-a, pa se zato odlučio igrati magnetima. On ima n različitih magneta i ploču za magnete koja se sastoji od l mjesta u nizu na koja se mogu postaviti magneti. Svaka dva uzastopna mjesta za magnete razmaknuta su za jedan centimetar. Svaki od n magneta ima svoj radijus djelovanja r_i. To znači da će sebi privući bilo koji drugi magnet koji je udaljen od njega za strogo manje od r_i centimetara (neovisno o radijusu djelovanja drugog magneta). Više magneta može imati isti radijus djelovanja, ali su to svejedno različiti magneti.

Marko ne voli kad se magneti privlače, pa ga zanima broj načina za postaviti magnete na ploču tako da nijedan magnet ne privlači neki drugi. Potrebno je postaviti sve magnete na ploču, a svako mjesto za magnete može sadržavati najviše jedan magnet. Dva načina postavljanja magneta smatraju se različitima ako postoji jedan magnet koji se nalazi na različitim pozicijima u prvom i drugom rasporedu. Budući da traženi broj može biti jako velik, ispišite ga modulo $10^9 + 7$.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi n i l, redom broj magneta i broj polja na ploči za magnete.

U drugom je retku n prirodnih brojeva r_i $(1 \leq r_i \leq l)$, radijusi djelovanja svih n magneta.

Izlazni podaci

Ispišite traženi broj načina za postaviti magnete na ploču tako da nijedan magnet ne privlači nijedan drugi, modulo $10^9 + 7$.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq n \leq 50$ i $n \leq l \leq 10\ 000$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$r_1 = r_2 = \ldots = r_n$
2	20	$1 \leq n \leq 10$
3	30	$1 \leq n \leq 30$, $n \leq l \leq 300$
4	50	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
1 10
10
```

izlaz

```
10
```

ulaz

```
4 4
1 1 1 1
```

izlaz

```
24
```

ulaz

```
3 4
1 2 1
```

izlaz

```
4
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Sve će permutacije magneta biti dobre jer se nijedna dva magneta nikada ne privlače.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
Ako redom s `1`, `2` i `3` označimo magnete, a s `_` označimo prazno polje, mogući rasporedi magneta su `13_2`, `31_2`, `2_13` i `2_31`.

Zadatak Osumnjičeni

U policijskoj istrazi privedeno je n osumnjičenika i sada je red na svjedocima da pokušaju odrediti počinitelja. Svakom osumnjičeniku i izmjerena je visina, no zbog nepreciznosti poznato je samo da je njegova visina, izražena u centimetrima, realni broj iz intervala od l_i do r_i (uključivo). Samo jedan od osumnjičenika može biti počinitelj, a moguće je i da nijedan od njih nije.

Jedno *raspoznavanje* sastoji se od toga da se izaberu prirodni brojevi a i b ($1 \leq a \leq b \leq n$), da se osumnjičenici a, $a+1$, ..., b izdvoje u zasebnu prostoriju i poredaju kako bi svjedoci pokušali prepoznati počinitelja. Budući da svjedoke može zbuniti ako dva osumnjičenika imaju istu visinu, *raspoznavanje* se smije provesti samo ako je moguće garantirati da nikoja dva od izabranih osumnjičenika nisu iste visine. Pri *raspoznavanju*, svjedoci će sigurno prepoznati počinitelja ako se nalazi među odabranima ili će javiti kako se počinitelj ne nalazi među njima.

Voditelja istrage sada zanimaju odgovori na pitanja sljedećeg oblika: "Kada bih znao da oznaka počinitelja može biti isključivo između p i q ($p \leq q$), koji je najmanji broj *raspoznavanja* koji je potrebno izvršiti u najgorem slučaju kako bih mogao biti siguran da će svjedoci pronaći počinitelja ili javiti da ne postoji?" Pomozite voditelju istrage odgovoriti na q ovakvih pitanja.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodni broj n, broj osumnjičenika.

U sljedećih n redaka nalaze se dva prirodna broja l_i i r_i ($1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^9$) koji predstavljaju raspon moguće visine osumnjičenika s oznakom i.

U sljedećem je retku prirodni broj q, broj istražiteljevih pitanja.

U sljedećih q redaka nalaze se dva prirodna broja p_i i q_i ($1 \leq p_i \leq q_i \leq n$) koji određuju pitanje.

Izlazni podaci

U svakom od q redaka ispišite odgovor na odgovarajuće pitanje: traženi najmanji broj potrebnih *raspoznavanja*.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq n, q \leq 200\,000$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$q = 1$, $p_1 = 1$, $q_1 = n$
2	10	$1 \leq n \leq 5000$, $1 \leq q \leq 5000$
3	20	$1 \leq n \leq 5000$, $1 \leq q \leq 200\,000$
4	20	$1 \leq n \leq 200\,000$, $1 \leq q \leq 100$
5	50	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
2
1 1
1 1
3
1 1
2 2
1 2
```

izlaz

```
1
1
2
```

ulaz

```
3
1 1
2 2
3 3
3
1 1
2 3
1 3
```

izlaz

```
1
1
1
```

ulaz

```
5
1 3
3 3
4 6
2 3
1 1
3
1 4
3 5
1 5
```

izlaz

```
3
1
3
```

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:

Za prvo i treće pitanje dovoljno je napraviti tri *raspoznavanja*: jedno se sastoji od osumnjičenika 1, jedno se sastoji od osumnjičenika 2 i 3, a jedno od osumnjičenika 4 i 5.

Za drugo pitanje, dovoljno je napraviti jedno *raspoznavanje* koje se sastoji od osumnjičenika 3, 4 i 5.