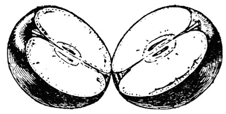
Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

3. kolo, 11. prosinca 2021.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Pola	1 sekunda	512 MiB	20
Bomboni	1 sekunda	512 MiB	30
Lampice	1 sekunda	512 MiB	50
Cijanobakterije	1 sekunda	512 MiB	70
Akcija	5 sekundi	512 MiB	110
Ekoeko	1 sekunda	512 MiB	110
Kućice	1 sekunda	512 MiB	110
Ukupno			500

Zadatak Pola



Josip danas slavi svoj x-ti rođendan, a njegova sestra Gabrijela y-ti rođendan. Ne, nisu blizanci, samo su rođeni na isti datum. Josip se prisjeća vremena kada je imao 10 godina, a njegova sestra točno upola manje od njega.

Mi se sada pitamo, koji rođendan danas slavi Gabrijela ako znamo koji rođendan slavi Josip?

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj x ($10 \le x \le 100$), broj iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

U jedini redak izlaza ispišite prirodni broj y iz teksta zadatka.

Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
10	17	99
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
5	12	94

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Ako Josip slavi 10. rođendan, onda njegova sestra slavi peti rođendan.

Zadatak Bomboni

Mali Ivan jako voli bombone i zato se jako razveselio kada je za rođendan dobio jednu jako dugačku bombonijeru. Ta je bombonijera dosta neobična jer se sastoji od n čokoladnih bombona u nizu od kojih svaki ima svoju težinu t_i. Svi bomboni izvana izgledaju isto, međutim neki od njih su s okusom kikirikija.

Ivan će otvoriti bombonijeru i mahnito početi jesti bombone redom kojim se nalaze u bombonijeri. U toj brzini jedenja bombona Ivan će shvatiti da su neki bomboni s okusom kikirikija tek nakon što pojede ukupno k bombona s okusom kikirikija. Kada i ako Ivan to shvati, on odmah prestaje jesti bombone zato što jako ne voli kikiriki. Ako je dan broj k i kakvi su bomboni u Ivanovoj bombonijeri odredite koliku će ukupnu težinu bombona Ivan pojesti.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi n i k $(1 \leq n, k \leq 100)$, brojevi iz teksta zadatka.

U sljedećih n redaka je broj t_i $(1 \leq t_i \leq 100)$ koji označava težinu i-tog bombona i slovo c_i koje označava vrstu bombona. Oznaka za bombon s okusom kikirikija je `K`, a bombon bez kikirikija je `B`.

Izlazni podaci

U jedinom retku ispišite ukupnu težinu bombona koje će Ivan pojesti.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	Nema bombona s okusom kikirikija.
2	20	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
2 1
5 B
4 B
```

izlaz

```
9
```

ulaz

```
4 1
7 K
3 B
3 B
3 B
```

izlaz

```
7
```

ulaz

```
5 2
10 K
5 B
5 B
10 K
10 B
```

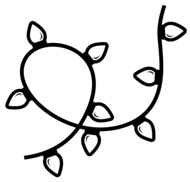
izlaz

```
30
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Ivan će pojesti sve bombone jer nema bombona s okusom kikirikija.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Ivan će nakon što pojede prvi bombon prestati jesti bombone.

Zadatak Lampice



Mala Vera jako voli advent i božićno vrijeme. Najviše od svega voli šarene božićne lampice i zato joj je posebno drago kada ukrašava balkon tim svjetlećim šarenilom. Kako bi ukrasila balkon, kupila je n lampica u nizu, od kojih svaka svijetli u jednoj od tisuću različitih boja.

Međutim, osim lampica, Vera također jako voli ponavljanje uzoraka pa bi voljela svoj balkon ukrasiti tako da se jedan uzorak boja ponavlja k puta za redom. No, lampice koje je kupila možda ne zadovoljavaju njezinu opsesiju ponavljanjem i uzorcima pa je odlučila odrezati nula ili više lampica s početka i s kraja niza kako bi dobila niz u kojem se uzorak boja ponavlja k puta za redom.

Pomozite joj odrediti može li takvim rezanjima dobiti niz lampica koji se sastoji od uzorka boja koji se ponavlja k puta i ako može, ispišite koji će se to uzorak ponavljati.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi n i k $(1 \leq k \leq n \leq 50)$ iz teksta zadatka.

U drugom je retku niz od n prirodnih brojeva $a_1, a_2, ..., a_n$ $(1 \leq a_i \leq 1000)$ koji označavaju boje lampica koje je Vera kupila, redom kojim se pojavljuju u nizu.

Izlazni podaci

Ako Vera ne može izrezati niz lampica kakav želi, ispišite `-1`.

Ako Vera može izrezati niz lampica kakav želi, u prvom retku ispišite duljinu uzorka koji se ponavlja, a u drugom retku ispišite oznake boja lampica koje se nalaze u tom uzorku. Ako postoji više mogućih rješenja, ispišite bilo koje.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	U nizu će postojati uzorak od jedne lampice koji se ponavlja k puta.
2	15	$k = 2$
3	25	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
8 6
10 1 1 1 1 1 1 5
```

izlaz

```
1
1
```

ulaz

```
3 2
1 2 1
```

izlaz

```
-1
```

ulaz

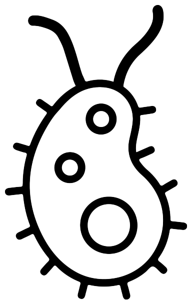
```
10 2
1 5 1 5 2 5 6 2 5 6
```

izlaz

```
2
1 5
```

Pojašnjenje trećeg probnog primjera: Ako Vera odreže šest lampica s kraja i nijednu lampicu s početka niza, dobije niz lampica `1 5 1 5`, u kojem se uzorak `1 5` ponavlja dva puta za redom. Ako pak odreže četiri lampice s početka i nijednu s kraja niza, onda dobije niz lampica `2 5 6 2 5 6`, u kojem se uzorak `2 5 6` ponavlja dva puta pa je ovo još jedno dobro rješenje.

Zadatak Cijanobakterije



Mlada mikrobiologinja Maja slaže mikrobiološko božićno drvce od cijanobakterija vrste *Stigonema arboreus*. Ova vrsta cijanobakterija specifična je po tome što spajanjem jedinki stvara kolonije koje imaju oblik grafa stabla. Točnije, u koloniji za svaki par cijanobakterija postoji točno jedan put kroz koloniju od jedne cijanobakterije do druge.

Maja za božićno drvce želi koloniju koja ima što dulji lanac cijanobakterija. Pri tome, lanac je određen nizom cijanobakterija, gdje se nijedna cijanobakterija ne pojavljuje dvaput, a svake dvije uzastopne cijanobakterije u nizu su direktno povezane. Kako niti jedna kolonija koju trenutno ima nije dovoljno velika, Maja će morati spojiti više kolonija u jednu. Maja kolonije spaja tako da pod mikroskopom odabere dvije cijanobakterije iz različitih kolonija, približi ih i zalijepi superljepilom. Zbog osjetljivosti cijanobakterija na cikluse, prilikom spajanja kolonija mora paziti da ni u kojem trenutku ne spoji dvije bakterije iz iste kolonije. Maja želi nizom spajanja dobiti koloniju koja sadrži najdulji mogući lanac.

Maja je umorna od mikroskopiranja, a cijanobakterija je mnogo. Pomozite Maji odrediti duljinu najduljeg lanca cijanobakterija kojeg može dobiti spajanjem kolonija. Duljina lanca određena je brojem cijanobakterija od kojeg je sačinjen.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi n i m ($1 \leq n \leq 100\ 000$, $0 \leq m < n$), broj bakterija i broj veza među njima.

U sljedećih m redaka su parovi prirodnih brojeva a_i, b_i ($1 \leq a_i, b_i \leq n$) koji označavaju da su bakterije a_i i b_i direktno povezane. Nijedna bakterija nije povezana sa sobom te nijedna veza neće biti navedena više od jednom.

Navedene veze će biti takve da bakterije tvore neki broj kolonija, od kojih je svaka stablo.

Izlazni podaci

U jedini redak ispišite najveću moguću duljinu lanca u konačnoj koloniji.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	15	$m = n - 1$
2	6	$b_i = a_i + 1$ za sve $i = 1, \ldots, m$
3	6	$1 \leq a_i \leq 2$ za sve $i = 1, \ldots, m$
4	15	$1 \leq n \leq 1000$
5	28	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
100 0
```

izlaz

```
100
```

ulaz

```
8 6
1 2
1 3
1 4
5 6
5 7
5 8
```

izlaz

```
6
```

ulaz

```
6 5
1 2
2 3
3 4
4 6
4 5
```

izlaz

```
5
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
U drugom probnom primjeru imamo dvije kolonije cijanobakterija. U prvoj su sve cijanobakterije direktno povezane s cijanobakterijom 1, a u drugoj s cijanobakterijom 5. Ako spojimo bilo koje dvije cijanobakterije koje nisu ni 1 ni 5, dobit ćemo koloniju s najduljim lancem. Na primjer ako spojimo 2 i 6, jedan najdulji lanac bit će 3 - 1 - 2 - 6 - 5 - 7 koji ima duljinu 6.

Zadatak Akcija

Božić, vrijeme darivanja. Gospodinu Malnaru potrebne su ideje za poklone. Iako u dubokoj misli, televizijski program mu hvata pozornost: "Akcija! Ovaj izvanredan proizvod možete dobiti za samo w kuna. Nazovite odmah jer ponuda traje samo ako nazovete unutar sljedećih d minuta. No to nije sve..."

U ponudi je n različitih proizvoda, pri čemu i-ti proizvod ima cijenu w_i, a moguće ga je naručiti jedino pozivom do minute d_i (uključivo). Za obaviti jedan poziv, potrebna je jedna minuta. Podskup proizvoda naziva se *ostvariv* ako je moguće napraviti niz poziva koji nabavlja te proizvode poštujući spomenute rokove. Nijedan proizvod nije moguće naručiti više od jednom.

Gospodin Malnar namjerava kupiti što više proizvoda po što manjoj cijeni, ali nije još siguran koje proizvode da izabere. Dva ostvariva podskupa uspoređuje na sljedeći način: bolji je onaj ostvarivi podskup koji je sačinjen od većeg broja proizvoda, a ako su jednakobrojni, bolji je onaj koji ima manju ukupnu cijenu (zbroj cijena izabranih proizvoda).

Gospodin Malnar poredat će sve ostvarive podskupove na spomenuti način te će u razmatranje uzeti k najboljih. Napišite program koji za svaki od k najboljih ostvarivih podskupova određuje njegovu veličinu i ukupnu cijenu.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi n i k – redom broj različitih proizvoda i broj ostvarivih podskupova koji ulaze u razmatranje. k će biti manji ili jednak od ukupnog broja ostvarivih podskupova.

U svakom od sljedećih n redaka su dva prirodna broja w_i ($1 \le w_i \le 10^9$) i d_i ($1 \le d_i \le n$) – redom cijena i-tog proizvoda i minuta do koje ponuda vrijedi.

Izlazni podaci

U i-ti od k redaka ispišite veličinu i ukupnu cijenu i-tog najboljeg ostvarivog podskupa.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \le n, k \le 2000$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$k = 1$, $w_1 = ... = w_n$
2	20	$k = 1$
3	20	$k = 2$
4	10	$1 \le n \le 20$
5	30	$1 \le n, k \le 100$
6	20	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3 1
1 1
1 1
1 3
```

izlaz

```
2 2
```

ulaz

```
4 3
1 1
10 1
2 3
10 3
```

izlaz

```
3 13
3 22
2 3
```

ulaz

```
2 4
1 1
2 2
```

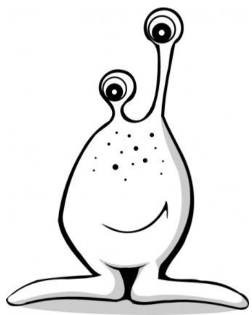
izlaz

```
2 3
1 1
1 2
0 0
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera:

Proizvodi 1 i 2 ne mogu istovremeno biti u ostvarivom podskupu pa su tri najbolja ostvariva podskupa redom $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$ i $\{1, 3\}$.

Zadatak Ekoeko



Sigurno ste upoznati s pričom o svemircu Eko Ekou koji je svoje ime dobio zbog kvara na uređaju za prevođenje. Mali svemirac je ponovno došao na Zemlju kako bi Zemljanima pomogao s čišćenjem nakon adventa. No, Eko Ekoev uređaj za prevođenje se opet pokvario.

Ovoga puta uređaj ne samo da ponavlja riječi nego nakon ponavljanja još i mijenja redoslijed slova u riječi. Tako na primjer riječ "`slon`" prvo postaje "`slonslon`", a zatim promjenom redoslijeda slova može postati "`slosnoln`" ili "`soolnlsn`" itd. Količina zlata koja je potrebna za popravak Eoo Kekovog uređaja ovisi o tome koliko je zamjena uzastopnih slova potrebno napraviti Kok Oeevim krivo prevedenim riječima tako da budu obično ponavljanje.

Dakle, ako Keo Koev uređaj neku riječ prevede kao "`soolnlsn`" dovoljno je napraviti četiri zamjene uzastopnih slova kako bismo došli do dvaput ponovljene riječi "`olsnolsn`" (vidi pojašnjenje trećeg primjera) pa je za popravak dovoljno uzeti četiri komada zlatnoga nakita. Uočite da riječ koja se dobije takvim zamjenama ne mora biti ona koju je Koo Kee htio reći, no to ne utječe na količinu zlata koja je potrebna kako bi se uređaj popravio.

Želite pomoći Eke Koou, no ako majci ukradete previše zlatnoga nakita nećete dobiti božićni poklon. Zato za danu Keo Koevu riječ želite odrediti koliko je najmanje zamjena uzastopnih slova potrebno kako bi riječ postala obično ponavljanje.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodni broj n - duljina riječi koju Eek Ook pokušava reći.

U drugom je retku niz znakova duljine $2n$ koji se sastoji od malih slova engleske abecede, riječ koja je izašla iz Eok Eokovog prevoditelja. Svako će se slovo u tom nizu znakova pojavljivati paran broj puta.

Izlazni podaci

U jedini redak ispišite koliko je najmanje zamjena uzastopnih slova potrebno napraviti da bi Keo Koeova riječ bila obično ponavljanje.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq n \leq 100\,000$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	Niz znakova sastoji se od n slova `a` pa zatim n slova `b`.
2	20	Svako slovo pojavljuje se najviše dvaput.
3	20	Među prvih n i zadnjih n znakova nalaze se ista slova, ali moguće u drugačijem poretku.
4	20	$1 \leq n \leq 1000$
5	40	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3
koeeok
```

izlaz

```
3
```

ulaz

```
3
kekoeo
```

izlaz

```
1
```

ulaz

```
4
soolnlsn
```

izlaz

```
4
```

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
Jedan način kako od `soolnlsn` možemo dobiti obično ponavljanje s četiri zamjene uzastopnih slova je

`soolnlsn` → `solonlsn` → `solnolsn` → `oslnolsn` → `olsnolsn`

Zadatak Kućice

Svima je poznato da je svaka druga zagrebačka adventska kućica zapravo postavljena preko veze. Ove godine vlasti su odlučile stati tome na kraj i poslale su inspekciju koja će sankcionirati takve kućice.

Postoji ukupno n kućica koje možemo predstaviti točkama u ravnini, pri čemu nijedne tri ne leže na istom pravcu. Inspekcija će identificirati kućice kod kojih vlada korupcija i njih će ogradom odvojiti od ostatka grada. Ograda će okružiti spomenute kućice i tvorit će oblik najmanjeg konveksnog mnogokuta koji istovremeno sadrži svaku od tih kućica. Drugim riječima, ograda će predstavljati rub konveksne ljuske izabranog skupa točaka. Nažalost, moguće je da ograđene budu i neke kućice koje su pošteno zaradile svoje mjesto.

Prije odlaska na teren, inspekcija procjenjuje da je vjerojatnost korupcije bilo koje kućice 50%. Imajući to na umu, zanima ih koliko iznosi očekivani broj kućica koji će biti ograđen. Očekivana vrijednost definirana je tako da se za svaki podskup kućica izračuna vjerojatnost da upravo to bude izabrani podskup, da se ta vjerojatnost pomnoži s brojem ograđenih kućica u tom izboru, te da se to pozbraja po svim mogućim izborima podskupa kućica. Naravno, ako je u pitanju izbor od manje od tri kućice, njihova konveksna ljuska je degenerirana, tj. dužina, točka ili prazan skup.

Moguće je pokazati da će tražena očekivana vrijednost biti oblika $\frac{m}{2^n}$, za neki prirodni broj m. Inspekcija bi voljela znati koliko iznosi ta očekivana vrijednost pa vas moli da izračunate broj m. Budući da odgovor može biti jako velik, potrebno ga je ispisati modulo $10^9 + 7$.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodni broj n ($1 \leq n \leq 1000$), broj kućica.

U i-tom od sljedećih n redaka je par cijelih brojeva x_i, y_i ($|x_i|, |y_i| \leq 10^6$) koji predstavlja redom x i y koordinate i-te kućice.

Nijedne tri kućice neće ležati na istom pravcu.

Izlazni podaci

U jedini redak ispišite m iz zadatka, modulo $10^9 + 7$.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	Sve točke su na rubu konveksne ljuske svih točaka te $n \geq 3$.
2	30	Sve točke osim prve su na rubu konveksne ljuske svih točaka, a prva je u unutrašnjosti te $n \geq 4$ i $x_1 = y_1 = 0$.
3	10	$1 \leq n \leq 15$
4	30	$1 \leq n \leq 100$
5	30	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
1
5 5
```

izlaz

```
1
```

ulaz

```
3
-1 -1
1 -1
0 1
```

izlaz

```
12
```

ulaz

```
5
0 0
-1 0
2 -1
3 2
0 3
```

izlaz

```
83
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Postoji vjerojatnost od 50% da prva i jedina kućica bude ograđena pa je tražena očekivana vrijednost $\frac{1}{2}$.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Postoji osam mogućih izbora za podskup, a broj ograđenih kućica za te izbore iznosi $0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3$. Očekivana vrijednost je onda $\frac{1}{8}(0 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3) = \frac{12}{8}$.