



# Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

5. kolo, 16. ožujka 2024.

## Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Nejednakost	1 sekunda	512 MiB	20
Vure	1 sekunda	512 MiB	30
Zlagalica	1 sekunda	512 MiB	50
Bitovi	1 sekunda	512 MiB	70
Piratski kod	2 sekunde	512 MiB	110
Rolete	2 sekunde	512 MiB	110
Trokut	1 sekunda	512 MiB	110
Ukupno			500



## Zadatak Nejednakost

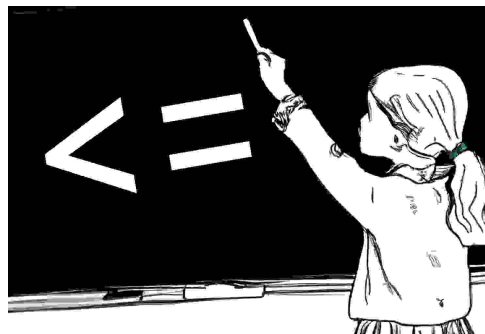
Valentina je na satu matematike naučila svojstvo trokuta koje zovemo *nejednakost* trokuta, a ono nam kaže sljedeće:

*Zbroj duljina bilo kojih dviju stranica trokuta uvijek je veće od duljine treće stranice trokuta.*

Na putu iz škole prema doma naišla je na tri grančice. Čim je došla doma izmjerila ih je, a sutradan je provjerila znanje matematike svih svojih prijatelja iz razreda pitajući ih sljedeće pitanje:

*Mogu li od svojih grančica napraviti trokut?*

Znate li vi odgovor?



### Ulazni podaci

U prvom retku je prirodan broj  $A$  ( $1 \leq A \leq 20$ ), duljina prve grančice.

U drugom retku je prirodan broj  $B$  ( $1 \leq B \leq 20$ ), duljina druge grančice.

U trećem retku je prirodan broj  $C$  ( $1 \leq C \leq 20$ ), duljina treće grančice.

### Izlazni podaci

U prvi i jedini redak ispišite 'DA' ili 'NE', odgovor na Valentinino pitanje.

### Probni primjeri

ulaz

1  
2  
3

izlaz

NE

ulaz

6  
6  
6

izlaz

DA

ulaz

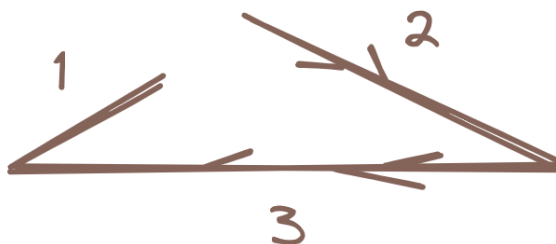
5  
3  
4

izlaz

DA

### Pojašnjenje prvog probnog primjera:

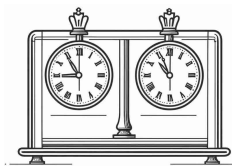
Nemoguće je napraviti trokut koristeći Valentinine grančice.





## Zadatak Vure

Marin, budući šahovski velemaistor, koncentrirano prati šahovsku partiju Hikarija i Hikaruja. Želi provjeriti vrijedi li tvrdnja da igrač koji pobjeđuje je onaj koji na kraju partije ima manje preostalog vremena na satu.



Svaki od igrača ima svoj sat na kojem prati koliko mu je vremena preostalo. Na početku partije, svaki od igrača ima na raspolaganju 90 minuta, a igraču se nakon svakog odigranog poteza na sat dodaje 30 sekundi. Dok je jedan igrač na potezu, vrijeme na njegovom satu se smanjuje, a vrijeme na satu protivnika miruje. Igrači naizmjenice igraju poteze, a partiju započinje Hikari.

Nažalost, Marin na kraju partije nije uspio vidjeti koliko je igračima preostalo vremena i sad ne može provjeriti svoju tvrdnju. No, Marin je na svom papiru zapisao koliko je vremena bilo potrebno igračima za odigrati svaki od poteza. Tu uskačete vi - odredite vrijeme preostalo na satovima igrača!

### Ulazni podaci

U prvom retku je prirodan broj  $n$  ( $1 \leq n \leq 50$ ), broj poteza.

U  $i$ -tom od sljedećih  $n$  redaka je vrijeme koje je bilo potrebno za odigrati  $i$ -ti potez u formatu 'MM:SS', gdje je 'MM' broj minuta, a 'SS' broj sekundi.

Vrijeme preostalo na satovima neće ni u kom trenutku biti manje od 00:00, niti će biti veće od 99:59.

### Izlazni podaci

U prvi redak ispišite preostalo vrijeme na Hikarijevom satu, a u drugi redak na Hikarujevom satu. Vrijeme ispišite u obliku 'MM:SS'.

### Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
3	5	6
40:23	01:50	00:50
87:10	02:20	30:20
23:41	05:40	00:40
	14:10	30:20
<b>izlaz</b>	04:30	00:50
26:56		30:20
03:20	<b>izlaz</b>	
	79:30	<b>izlaz</b>
	74:30	89:10
		00:30

#### Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Na početku oba sata pokazuju 90:00.

Prvi potezov je Hikarijev, a treba mu 40 minuta i 23 sekunde da ga odigra. Nakon što ga odigra na njegovom satu je 49:37, ali na to mu se dodaje 30 sekundi i vrijeme na njegovom satu postaje 50:07.

Drugi potez je Hikarujev, nakon što ga odigra na njegovom satu je 02:50, a kad mu se doda 30 je 03:20.

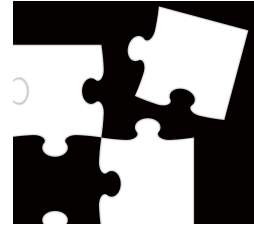
Zadnji potez je i Hikarijev, nakon čega je vrijeme na njegovom satu jednako 26:26. Dodaju mu se 30 sekundi pa je njegovo preostalo vrijeme na kraju partije jednako 26:56.



## Zadatak Zlagicica

Mala Maja oduvijek je voljela zagonetke. Kako su svi to već odavna znali, nije ni čudo da je jednog sunčanog dana, Maja na poklon dobila jednu zagonetnu slagalicu (zlagalicu!).

Slagalice se sastoji od  $n$  dijelova koje ćemo zvati „puzle“. Svaka puzla je pravokutnog oblika i određene boje. Od iza, na svakoj puzli su zapisana 2 broja:  $u$  i  $d$ . Nakon vještog kombiniranja i isprobavanja puzli, Maja je shvatila značenje tih brojeva.



Naime, broj  $u$  označava spaja li se **iduća puzla na trenutnu** s gornje ili s desne strane, dok broj  $d$  specificira na koji stupac/redak nadodajemo **iduću puzlu**.

- Ako je  $u$  jednak 0, novu puzlu dodajemo **gore** na način da spajamo njen **donji lijevi** kut sa **gornjim** rubom **d-tog stupca** trenutne puzle.
- Ako je  $u$  jednak 1, novu puzlu dodajemo **desno** na način da spajamo njen **donji lijevi** kut sa **desnim** rubom **d-tog retka** trenutne puzle.

Demonstrirajmo ovo za puzle boje „a“ i „b“. *Slika 1* prikazuje slučaj kad je  $u = 0$ , a  $d = 3$ . *Slika 2* prikazuje slučaj kad je  $u = 1$  i  $d = 3$ . (Brojevi  $u$  i  $d$  u oba slučaja označavaju brojeve napisane od iza na puzli boje „a“).

```

. . b b b b b
. . b b b b b
a a a a . . .
a a a a . . .
a a a a . . .

```

Slika 1

```

a a a a . . . .
a a a a b b b b
a a a a b b b b

```

Slika 2

Maja se umorila od ove zagonetne slagalice, ali njoj znatizelji nema granica! Zato vas moli za pomoć. Nju zanima, za dan izgled svake od puzli i redoslijed njihovog slaganja, kako će izgledati završena (složena) slagalice! Napišite program koji ispisuje dimenzije (visinu i širinu) završene slagalice, kao i njen završeni izgled unutar pravokutnika iste visine i širine, gdje će "." predstavljati mjesta na kojima se ne nalazi niti jedan dio slagalice.

### Ulazni podaci

U prvom retku je prirodan broj  $n$  ( $1 \leq n \leq 20$ ), broj puzli.

U  $i$ -tom od idućih  $n$  redova nalaze se po 1 znak i 4 broja, redom:  $b_i, r_i, s_i, u_i, d_i$  - izgled  $i$ -te puzle:

- $b_i$  će uvijek biti 1 malo slovo engleske abecede, a ono predstavlja „boju“ puzle
- $r_i$  i  $s_i$  ( $1 \leq r_i, s_i \leq 10$ ) predstavljaju redom, broj redaka i stupaca  $i$ -te puzle
- $u_i$  i  $d_i$  ( $0 \leq u_i \leq 1, 1 \leq d_i \leq r_i, s_i$  (ovisno o  $u_i$ )) su brojevi od iza na  $i$ -toj puzli, kao u tekstu zadatka.

U zadnjem redu ulaza nalazi se  $n$  brojeva, redoslijed spajanja puzli, gdje broj  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) označava  $i$ -tu puzlu u unosu. Svaka puzla će se pojaviti u redoslijedu točno jednom.



## Izlazni podaci

Ispišite visinu i širinu složene slagalice.

Nakon toga, ispišite izgled slagalice u pravokutniku iste visine i širine. Na mjestima u pravokutniku na kojima se ne nalazi dio slagalice ispišite ".".

## Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	17	Redoslijed slaganja puzli biti će identičan redoslijedu unosa puzli.
2	12	Za svaku puzlu vrijedit će $u = 0$ .
3	12	Za svaku puzlu vrijedit će $u = 1$ .
4	9	Nema dodatnih ograničenja.

## Probni primjeri

**ulaz**

```
2
a 3 4 0 3
b 2 5 1 1
1 2
```

**izlaz**

```
5 7
..bbbb
..bbbb
aaaa...
aaaa...
aaaa...
```

**ulaz**

```
2
a 3 4 0 3
b 2 5 1 1
2 1
```

**izlaz**

```
4 9
.....aaaa
.....aaaa
bbbbbaaaa
bbbbbb....
```

**ulaz**

```
4
g 9 5 0 2
a 3 2 1 1
c 5 10 0 2
p 8 7 1 6
4 3 2 1
```

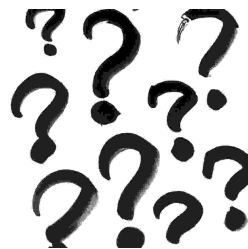
**izlaz**

```
18 17
.....ggggg..
.....ggggg..
.....ggggg..
.....ggggg..
.....ggggg..
.....ggggg..
.....ggggg..
.....ggggg..
.....aagggg..
.....aa.....
ppppppp.aa.....
pppppppcccccccc
pppppppcccccccc
pppppppcccccccc
pppppppcccccccc
pppppppcccccccc
ppppppp.....
ppppppp.....
```



## Zadatak Bitovi

Što je bilo prije, kokoš ili jaje? Je li bolje živjeti sto godina kao milijunaš ili sedam dana u bijedi? Kako postati šahovski velemaistor? ~~Kako dignuti rolete?~~ Kako proći maturu? Kako izdresirati zmaja? Zanimljiva su to pitanja kojima se možemo zamarati tek nakon natjecanja, a sada nudimo jedan *manje zanimljiv* informatički zadatak.



Zadani su skupovi brojeva  $A$  i  $B$  veličine  $N$ . U jednom potezu možete odabrati proizvoljan element skupa  $A$  i promijeniti mu jednu proizvoljnu znamenku (bit) u binarnoj bazi. Dobiveni broj ne smije biti element skupa  $A$  neposredno prije promjene.

Na primjer, broj 5 u binarnoj bazi iznosi  $0101_2$ . U jednom potezu on može postati  $13 = 1101_2$ ,  $1 = 0001_2$ ,  $7 = 0111_2$  ili  $4 = 0100_2$  ako mu promijenimo 4., 3., 2. ili 1. bit, redom.

Odredite niz poteza kojim skup  $A$  postaje jednak skupu  $B$ . Skupovi su jednaki ako su jednake duljine i ne postoji element skupa  $A$  koji ne pripada skupu  $B$ .

**Napomena:** Broj poteza ne mora biti minimalan, ali mora zadovoljavati ograničenja zadatka.

### Ulazni podaci

U prvom retku je broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 2^{15}$ ), veličina skupa  $A$  i  $B$ .

U drugom retku je  $N$  različitih nenegativnih brojeva  $a_i$  ( $0 \leq a_i < 2^{15}$ ), elementi skupa  $A$ .

U trećem retku je  $N$  različitih nenegativnih brojeva  $b_i$  ( $0 \leq b_i < 2^{15}$ ), elementi skupa  $B$ .

### Izlazni podaci

U prvom retku potrebno je ispisati broj traženih poteza.

U preostalim je retcima potrebno ispisati brojeve  $x$  i  $y$  ( $0 \leq x, y < 2^{15}$ ) – broj  $x$  iz skupa  $A$  mijenjamo u broj  $y$ . Brojevi  $x$  i  $y$  moraju se razlikovati za točno jedan bit te  $x$  mora, a  $y$  ne smije biti element skupa  $A$  u trenutku u kojem izvršavamo potez.

### Bodovanje

Broj poteza koje smijete napraviti u svim podzadacima ne smije biti veći od  $2^{19}$ . Može se pokazati da rješenje uvijek postoji u zadanim ograničenjima.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$a_i, b_i \leq 2^{14}$
2	15	$N \leq 7$
3	30	$N \leq 2^7$
4	15	Nema dodatnih ograničenja.



## Probni primjeri

ulaz

3  
0 1 2  
1 2 3

izlaz

2  
1 3  
0 1

ulaz

3  
4 8 31  
0 4 8

izlaz

5  
31 30  
30 28  
28 24  
24 16  
16 0

ulaz

5  
0 1 2 4 5  
7 6 5 3 2

izlaz

9  
1 3  
3 7  
0 1  
1 0  
2 6  
0 2  
7 3  
5 7  
4 5

### Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Kada bismo prvo napravili potez 0 1, a zatim 1 3, između ta dva poteza skup  $A$  imao bi dva ista člana, što zadatak ne dozvoljava. Još jedno moguće rješenje je 2 3, 0 2.

### Pojašnjenje drugog probnog primjera:

$31 = 11111_2$ . Micanjem bitova od najmanje do najveće težine dobivamo redom brojeve 30, 28, 24, 16 i 0. Nakon svih poteza skup  $A$  jednak je skupu  $B$ .



## Zadatak Piratski kod

Kapetanica Marrrtina, zajedno sa svojom piratskom posadom, nakon tromjesečne potrage za davno izgubljenim blagom najpoznatijeg talijanskog pirata napokon je iskopala kovčeg blaga. No za otključati kovčeg potrebna joj je tajna kombinacija koja je opisana u pismu iz boce pored kovčega.

A pismo glasi:



AKO bi kovčeg mogla otvoriti samo najdostojnija piratica, kombinacija za kovčeg je rješenje slijedeće zagonetke: Binaran niz  $s$  duljine  $a$  u kojem se jedini par uzastopnih jedinica nalazi na kraju niza je piratski zapis broja  $x$  ako je

$$s[0] \cdot \text{Fib}[2] + s[1] \cdot \text{Fib}[3] + s[2] \cdot \text{Fib}[4] + \dots + s[a-2] \cdot \text{Fib}[a] = \sum_{i=0}^{a-2} s[i] \cdot \text{Fib}[2+i] = x,$$

gdje  $\text{Fib}[x]$  označava  $x$ -ti Fibonaccijev broj. Fibonaccijevi brojevi definiraju se na sljedeći način:  $\text{Fib}[1] = 1$ ,  $\text{Fib}[2] = 1$ ,  $\text{Fib}[y] = \text{Fib}[y-1] + \text{Fib}[y-2]$  za svaki  $y > 2$ .

Na primjer  $11_p = 1$ ,  $011_p = 2$ ,  $1010011_p = 17$ , gdje  $p$  označava piratski zapis.

Piratski kod je binaran niz (bez uvjeta na uzastopne jedinice) koji predstavlja niz prirodnih brojeva, a čita se tako da ga podijelimo na djelove koji su u obliku piratskog zapisa broja (i moguće neki sufiks koji nije piratski zapis niti jednog broja) te poredamo tako dobivene brojeve u niz. Na primjer  $01111010110101$  podijelimo na  $011|11|01011|0101$ , zadnji član nije piratski zapis pa ga izbacimo  $011|11|01011$  i pročitamo kao 2, 1, 7.

Vrijednost piratskog koda jednaka je zbroju vrijednosti dekodiranog niza prirodnih brojeva. Vrijednost prethodnog koda je 10.

Moj najdraži broj  $P$  je zbroj vrijednosti svih piratskih kodova duljine  $k$ . Kako  $P$  može biti velik kombinacija za kovčeg je ostatak pri dijeljenju  $P$  modulo  $10^9 + 7$ .

- Leonarrdo da Pisa



Ako Marrrtina ne uspije otvoriti kovčeg, njena je posada neće smatrati dostojnom pa će morati hodati po dasci.

### Ulazni podaci

U prvom i jedinom retku nalazi se prirodan broj  $n \leq 5000$ .

### Izlazni podaci

U jedinoj liniji ispisa ispišite  $n$  brojeva u kojem  $k$ -ti broj predstavlja rješenje za kodove duljine  $k$ .



## Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	20	$n = 20$
2	40	$n = 300$
3	50	$n = 5000$

## Probni primjeri

**ulaz**

4

**izlaz**

0 1 4 16

### Pojašnjenje :

Kodovi duljine 1 su 0 i 1 i oba imaju vrijednost 0.

Kod 11 ima vrijednost 1 dok svi ostali imaju vrijednost 0.

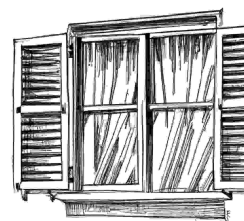
Kod 1111 ima vrijednost 2, a kod 0011 ima vrijednost 3.



## Zadatak Rolete

Jednog subotnjeg jutra, Luka se probudio i sjetio se da je danas HONI! Nakon što je pojeo obilni doručak, prije natjecanja preostalo je napraviti samo jednu stvar: podignuti rolete.

Luka u svojoj sobi ima  $n$  roleta,  $i$ -ta je spuštена  $a_i$  centimetara. Rolete može dizati na dva načina:



- Može krenuti dizati proizvoljnu roletu  $x$ . Ovim načinom mu treba  $t$  sekundi da se roleta dignе za 1 centimetar.
- Može kliknuti gumb, te se tada sve rolete krenu paralelno dizati istom brzinom. U bilo kojem trenutku može zaustaviti paralelno dizanje.

Brzina kojom se dižu rolete paralelno se definira na sljedeći način: Ako se sve rolete još dižu, svaka će se za  $s$  sekundi dignuti za 1 centimetar. Ako je  $r$  roleta već dignuto do vrha, to usporava sustav. Tada će biti potrebno  $s + k \cdot r$  sekundi da se sve rolete dignu za 1 centimetar.

HONI samo što nije krenuo i Luka što prije želi dignuti svoje rolete. U sobu je u međuvremenu ušao njegov brat Marin, te mu je postavio  $q$  pitanja oblika: *Koliko ti najmanje vremena treba za dizanje roleta da sve budu spuštene najviše  $h$  centimetara?* Marina zanima odgovor na svako pitanje gledajući početno stanje, to jest upiti su nezavisni.

Shvatili su da nema dovoljno vremena za razmišljanje o tome prije HONI-ja. Na njihovu sreću upravo se i ovdje pojavio taj problem! Pomozite im ga riješiti!

### Ulazni podaci

U prvom su retku četiri nenegativna brojeva  $n$ ,  $t$ ,  $s$  i  $k$  ( $1 \leq n, t, s \leq 10^5$ ,  $0 \leq k \leq 10^5$ ), broj roleta, vrijeme dizanja jedne rolete, vrijeme dizanja roleta paralelno i usporavanje paralelnog dizanja.

U drugom retku je  $n$  nenegativnih brojeva  $a_i$  ( $0 \leq a_i \leq 10^5$ ), *spuštenost* roleta.

U trećem retku je prirodan broj  $q$  ( $1 \leq q \leq 10^5$ ), broj upita.

U četvrtom retku je  $q$  nenegativnih brojeva  $h_i$  ( $0 \leq h_i \leq 10^5$ ), tražene krajnje *spuštenosti* roleta.

### Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku ispišite  $q$  brojeva,  $i$ -ti od njih je vrijeme potrebno da su sve rolete spuštene najviše  $h_i$  centimetara.

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	16	$n, q, a_i, h_i \leq 100$
2	26	$k = 0$
3	32	$q = 1$
4	36	Nema dodatnih ograničenja.



## Probni primjeri

**ulaz**

3 2 5 1  
2 2 4  
3  
2 0 1

**izlaz**

4 14 9

**ulaz**

2 3 4 0  
3 1  
3  
3 2 0

**izlaz**

0 3 10

**ulaz**

4 3 10 3  
2 4 5 6  
3  
4 3 0

**izlaz**

9 18 47

### Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Da bi sve rolete bile spuštene 2 centimetra ili manje, Luka treba treću roletu dignuti za 2 centimetara. To najbrže može napraviti tako da ju digne ručno. Za to mu treba 4 sekunde.

Ako rolete trebaju biti dignute do kraja, Luka može prvo treću roletu dignuti za 2 centimetara. Sada može kliknuti gumb i pustiti da se rolete paralelno dižu za 2 centimetara. Ukupno će mu trebati  $4 + 10 = 14$  sekundi.

Slično, ako rolete trebaju biti spuštene 1 centimetar ili manje, Luka će prvo treću roletu dignuti za 2 centimetara, te potom sve zajedno dignuti za 1 centimetar. Ukupno će dizanje trajati 9 sekundi.



## Zadatak Trokut

Ivan i Lucija putuju vlakom na jedno daleko mjesto. Znaju da će putovanje trajati jako dugo i da će im biti dosadno u jednom trenutku. Dok su razmišljali o tome što će raditi, Lucija se dosjetila jedne igre.

Na papiru je nacrtala  $N$  točaka tako da čine vrhove pravilnog  $N$ -terokuta i označila ih je redom brojevima od 1 do  $N$ . Igrač koji je na potezu bira dvije od nacrtanih  $N$  točaka takve da dužina koja spaja te dvije točke ne siječe nijednu od prethodno spojenih dužina i spaja tu dužinu. Dužine se **smiju** dodirivati u vrhovima. Igrač pobjeđuje ako nakon njegova poteza postoje neke tri spojene dužine koje čine trokut tj. ako postoje neke tri točke takve da su sve spojene postavljenim dužinama. Naravno, igrači smiju spajati susjedne vrhove i te dužine se uzimaju u obzir za stvaranje trokuta. Igrači se izmjenjuju nakon svakog poteza, a prva na potezu je Lucija.

Oboje su iznimno nadareni igrači i znamo da će igrati optimalno. Vaš je zadatak, za zadani  $N$ , odrediti tko će biti pobjednik igre. Može se pokazati da će igra uvijek završiti nakon konačno mnogo poteza i da će uvijek imati pobjednika.

### Ulazni podaci

U prvom redu nalazi se broj  $T$  ( $1 \leq T \leq 10\,000$ ), broj scenarija. U idućih  $T$  redova nalazi se broj  $N$  ( $3 \leq N \leq 10^9$ ), broj točaka u svakom scenariju.

### Izlazni podaci

U  $T$  redova, ispišite redom imena pobjednika, "Ivan" ili "Lucija" (bez navodnika).

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	13	$T \leq 18, N \leq 20$
2	36	$T \leq 998, N \leq 1000$
3	15	$N \leq 10^5$
4	46	Nema dodatnih ograničenja.

### Probni primjeri

ulaz

3

3

4

5

izlaz

Lucija

Lucija

Ivan

ulaz

3

7

8

9

izlaz

Lucija

Lucija

Ivan

#### Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Kada je  $N = 3$ , onda se moraju povezati sve tri moguće dužine i Lucija pobjeđuje. Kada je  $N = 4$ , onda Lucija može povezati dužinu između točaka 1 i 3. Vidimo da Lucija nakon bilo kojeg Ivanovog poteza može povezati trokut i pobijediti.