Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

5. kolo, 15. veljače 2025.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Osijek	1 sekunda	512 MiB	20
Svjetlo	1 sekunda	512 MiB	30
Wow	1 sekunda	512 MiB	50
Zid	1 sekunda	512 MiB	70
Tornjevi	2 sekunde	512 MiB	90
Crtež	2 sekunde	512 MiB	120
Stablo II	3.5 sekunde	512 MiB	120
Ukupno			500

Zadatak Osijek

Patrik, Dorijan i Toni trebaju napraviti 12 zadataka za studentsko natjecanje u Osijeku. Patrik je do sada napravio A zadataka, Dorijan B, a Toni C.

Odredite koliko još zadataka moraju napraviti kako bi natjecanje bilo spremno.

Ako već imaju barem 12 zadataka, ispišite `"OCPC"` (bez navodnika).

Ulazni podaci

U prvom retku ulaza nalazi se prirodan broj A $(0 \leq A \leq 12)$, broj Patrikovih zadataka.

U drugom retku ulaza nalazi se prirodan broj B $(0 \leq B \leq 12)$, broj Dorijanovih zadataka.

U trećem retku ulaza nalazi se prirodan broj C $(0 \leq C \leq 12)$, broj Tonijevih zadataka.

Izlazni podaci

U jedini redak izlaza ispišite koliko moraju još zadataka napraviti kako bi ih imali ukupno 12. Ako već imaju barem 12 zadataka, ispišite `"OCPC"` (bez navodnika).

Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz

`3`
`4`
`1`
	`0`
	`0`
	`0`
		`2`
		`12`
		`7`

izlaz	**izlaz**	**izlaz**
`4`	`12`	`OCPC`

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Patrik je napravio 3 zadatka, Dorijan 4 i Toni 1. Ukupno su napravili $3 + 4 + 1 = 8$ zadataka. Da bi ih imali 12, trebaju napraviti još 4 zadatka.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
Napravili su ukupno 21 zadatak pa je natjecanje spremno.

Zadatak Svjetlo

Markova majka, kada je vidjela koliko je iznosio mjesečni račun za električnu energiju u njihovom kućanstvu, bila je prestravljena i odlučila je uvesti mjere štednje. Te mjere su se odnosile i na Markovu sobu, odnosno svjetlo u njegovoj sobi, koje je Marko povremeno zaboravio isključiti nakon što je prestao boraviti u njoj.

Da bi procijenila kolika je potrošnja električne energije u Markovoj sobi, ugradila je uređaj koji joj bilježi svaki put kada Marko okrene prekidač za svjetlo u svojoj sobi. Na početku dana, svjetlo je ugašeno. Svaki put kada Marko okrene prekidač, ako je svjetlo bilo upaljeno, ono se ugasi i obratno. Nakon jednog dana Markova majka je pregledala jučerašnja zapise i zamolila vas za pomoć da joj odredite koliko je vremena svjetlo bilo upaljeno prethodni dan ako je ono trenutno ugašeno ili da javite ako je ono i dalje upaljeno.

Ulazni podaci

U prvom redu nalazi se prirodni broj N $(1 \leq N \leq 20)$, broj zapisa na uređaju.

U idućih N redova nalaze se, redom kako su se događala, prirodni brojevi koji predstavljaju vrijeme svakog okretanja prekidača. Sva vremena u zapisima će biti međusobno različita i najviše 10000.

Izlazni podaci

U prvom i jedinom redu potrebno je ispisati ukupnu količina vremena gdje je svjetlo u Markovoj sobi bilo upaljeno, ako je ono trenutno ugašeno. Ako je svjetlo i dalje upaljeno, onda je potrebno ispisati `"UPALJENO"` (bez navodnika).

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	$N = 2$
2	5	$N = 3$
4	14	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
2
10
25
```

izlaz

```
15
```

ulaz

```
6
1
15
19
23
36
79
```

izlaz

```
61
```

ulaz

```
5
20
60
62
102
401
```

izlaz

```
UPALJENO
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera: Svjetlo u sobi se upalilo u trenutku 10 i ugasilo se u trenutku 25. To znači da je vrijeme kad je svjetlo radilo $25 - 10 = 15$.

Zadatak Wow

Dok je Mr. Malnar putovao autobusom u Graz, primijetio je da su mu ostali putnici gledali u mobitel i čitali njegove poruke koje je slao Patriku. Mr. Malnar je odlučio stati tome na kraj. Stoga, zajedno s Patrikom, razvio je novi način šifriranja njihovih poruka i zovu ga *VolksWagen* šifrom.

Poruku koju je dobio možemo zamisliti kao tablicu znakova s 2 reda i n stupaca. Svako slovo se prostire kroz sva 2 retka i nekoliko stupaca i međusobno su razdvojena razmacima. Izgled slova u poruci možete vidjeti u probnim primjerima.

Slovo `'v'` prikazuje se na sljedeći način:

```
\../
.\/.
```

Slovo `'w'` prikazuje se na sljedeći način:

```
\../\../
.\/..\/.
```

Patrik i Mr. Malnar će od sad pa nadalje komunicirati isključivo slovima `'v'` i `'w'` (bez navodnika). Međutim, Mr. Malnar ima poteškoća s čitanjem tih poruka. Zamolio je Vas da mu pomognete pročitati poruku koju je dobio. Naravno, nije Vam otkrio kako dešifrirati njihovu šifru.

Ulazni podaci

U prvom redu nalazi se prirodni broj N ($1 \le N \le 1000$), broj stupaca u poruci.

U iduća 2 retka, nalazi se po N znakova, predstavljajući jedan redak poruke. Garantirano je da će prazni stupci biti točno između dva različita slova i između dva slova biti će točno jedan prazan stupac. (*prazan stupac* smatramo onim koji sadrži samo znakove `'.'`)

Izlazni podaci

U jednom i jedinom retku ispišite redom slova koja se nalaze u poruci.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	21	Poruka se sastoji od jednog slova.
2	13	Sva slova u poruci će biti međusobno jednaka.
3	16	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
32
\../.\../\../.\../.\../.\../\../
.\/...\/..\/...\/...\/...\/..\/.
```

izlaz

```
vwvvw
```

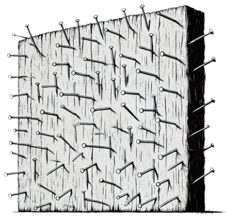
ulaz

```
27
\../\../.\../\../.\../.\../
.\/..\/...\/..\/...\/...\/.
```

izlaz

```
wwvv
```

Zadatak Zid



Mr. Malnar želi postaviti sliku sebe na zid. Zid možemo prikazati kao matricu s n redaka i m stupaca. Kako je već puno puta stavljao svoju sliku na zid, na nekim su pozicijama ostali zabijeni čavli. Takve pozicije označavamo znakom `"#"`, dok mjesta koja su prazna označavamo znakom `"."`.

Slika je pravokutnog oblika proizvoljnih dimenzija i na zid se stavlja tako da prekriva pozicije koje čine pravokutnik. Slika se može staviti na zid ako ona prekriva najviše jednu poziciju na kojoj se nalazi čavao.

Pomozite Mr. Malnaru izračunati na koliko načina može postaviti sliku sebe na zid.

Ulazni podaci

U prvom retku ulaza nalaze se n i m ($1 \leq n, m \leq 500$), dimenzije zida.

U svakom od sljedećih n redaka nalazi se po m znakova c_{ij}, opis zida. Svaki znak bit će `"."` ili `"#"` (bez navodnika).

Izlazni podaci

U jedini redak izlaza ispišite broj mogućih postavljanja slike na zid.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	17	$n, m \leq 10$
2	21	$n, m \leq 100$
3	32	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3 3
...
...
..#
```

izlaz

```
36
```

ulaz

```
4 4
....
.#..
#...
#.#.
```

izlaz

```
76
```

ulaz

```
5 5
.....
#..#.
..#.#
.....
..#..
```

izlaz

```
154
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Svako postavljanje slike je validno jer prekriva najviše jedan čavao.

Pojašnjenje drugoj probnog primjera:
Sliku nije moguće postaviti tako da prekriva pozicije (3, 1) i (4, 1) istovremeno.

Zadatak Tornjevi

Na jednoj ulici nalazi se n tornjeva, s kućnim brojevima redom od 1 do n. Svaki toranj ima svoju visinu h_i izraženu u metrima.

Za neki uzastopni podniz tornjeva s brojevima l, $l+1$, ..., r kažemo da je toranj s brojem i ($l \leq i \leq r$) *dobar* u tom podnizu ako vrijedi da je $h_i = \gcd(h_l, h_{l+1}, \ldots, h_r)$ gdje s $\gcd(a_1, a_2, \ldots, a_k)$ označavamo najveći zajednički djelitelj skupa prirodnih brojeva $a_1, a_2, \ldots, a_k$.

Vaš je zadatak odrediti za svaki $i = 1, 2, \ldots, n$ veličinu najvećeg uzastopnog podniza u kojem je toranj s brojem i dobar, gdje veličinu uzastopnog podniza definiramo kao broj tornjeva u tom podnizu.

Ulazni podaci

U prvom redu nalazi se prirodni broj n ($1 \leq n \leq 10^6$), broj tornjeva.

U drugom redu nalazi se n prirodnih brojeva, redom, h_1, h_2, ..., h_n ($1 \leq h_i \leq 10^6$).

Izlazni podaci

U jednom redu ispišite za svaki $i = 1, 2, \ldots, n$, redom, odgovor na iznad navedeno pitanje.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	7	$n \leq 100$
2	11	$n \leq 5000$
3	17	$n \leq 50000$
4	29	$h_i \leq 100$
5	26	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
6
3 6 6 6 1 3
```

izlaz

```
4 3 3 3 6 1
```

ulaz

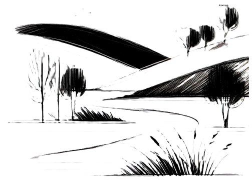
```
5
10 2 10 15 5
```

izlaz

```
1 3 1 1 3
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera: U prva četiri tornja toranj broj 1 je dobar. Tornjevi s brojevima 2, 3 i 4 su dobri u podnizu koji oni sami čine. Toranj 5 će biti dobar u proizvoljnom podnizu koji ga sadrži, stoga odgovor će biti 6 (cijeli niz).

Zadatak Crtež



Dana je igra na nizu duljine N, inicijalno ispunjenim nulama. Tijekom igre bojimo pozicije u nizu koristeći slijed operacija te s bojanjem možemo stati nakon bilo koje operacije.

X-ta po redu operacija bojanja je opisana navedenim postupkom:

- Odaberemo poziciju na kojoj se nalazi 0.
- Odlučimo hoćemo li:
  - Obojiti odabranu poziciju u -1.
  - Obojiti odabranu poziciju u boju X te nastaviti prema lijevo bojati susjedne pozicije u boju X. S bojanjem prestajemo kad naiđemo na poziciju s vrijednošću različitom od 0(koju ne bojamo) ili dok ne izađemo iz granica niza.

Dvije igre smatramo ekvivalentnima ako u njihovim završnim nizovima možemo preimenovati boje veće od 0 tj. da postoji bijektivno preslikavanje tako da:

- boje nakon preslikavanja budu veće od 0
- svaka boja dobije točno jednu novu oznaku
- nakon preslikavanja oba niza budu identična.

Primjer ekvivalentnih igri je:

- $[1, 1, -1, 2, -1, 3, 0]$
- $[3, 3, -1, 1, -1, 2, 0]$

jer postoji preslikavanje boja(boja 1 u boju 3, boja 2 u boju 1, boja 3 u boju 2) takvo da su svi navedeni uvjeti zadovoljeni.

Dano je Q promjena gdje ćemo u nizu na intervalu $[L, R]$ zamijeniti sve 0 s -1 te sve -1 s 0.

Nakon svake promjene ispišite broj K, broj različitih igri koje je moguće odigrati uz proizvoljan broj operacija tako da među njima ne postoji par ekvivalentnih igri. Kako je K jako velik, ispišite ostatak pri dijeljenju s $10^9 + 7$.

Ulazni podaci

U prvom retku su 2 prirodna broja N, Q ($1 \leq N \leq 10^{18}, 1 \leq Q \leq 10^5$), broj polja u nizu te broj promjena.

U idućih Q redaka nalaze se dva prirodna broja, L i R ($1 \leq L, R \leq N$), oznake pozicija koje opisuju promjenu iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

U i-ti od sljedećih Q redaka ispišite ostatak dijeljenja broja K s $10^9 + 7$ nakon svake promjene.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	20	$N, Q \leq 1000$
2	55	$N \leq 10^6$
3	45	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
1 2
1 1
1 1
```

izlaz

```
1
3
```

ulaz

```
3 2
2 2
1 3
```

izlaz

```
9
3
```

ulaz

```
57 2
13 39
6 42
```

izlaz

```
130653412
804077942
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera: Nakon prve promjene, niz je jednak nizu $[-1]$. Ne možemo na njemu napraviti nijednu operaciju pa je najveći broj igri koje možemo odigrati jednak 1. Nakon druge promjene, niz je jednak nizu $[0]$. Od niza $[0]$ koristeći operacije iz teksta zadatka možemo napraviti nizove $[0]$, $[1]$ i $[-1]$. Primjećujemo da niti jedan par nizova nije ekvivalentan pa je najveći broj igri koje možemo odigrati jednak 3.

Zadatak Stablo II

Patrik je dobio stablo s n vrhova. Bridove tog stabla odlučio je obojati s k različitih boja.

Na početku su svi bridovi stabla obojani u boju 0. Boje će koristiti redom od prve do k-te, pri čemu će i-tu boju iskoristiti kako bi pobojao sve bridove stabla na najkraćem putu od x_i-tog do y_i-tog čvora. Ako je neki brid na tom putu već obojan, nova boja će prebrisati staru.

Pomozite Patriku odrediti konačnu boju svakog brida.

Ulazni podaci

U prvom redu ulaza nalaze se brojevi n i k ($2 \leq n \leq 10^6$, $1 \leq k \leq 10^6$), broj vrhova stabla i broj boja.

U sljedećih $n-1$ redaka nalaze se brojevi u_i i v_i ($1 \leq u_i, v_i \leq n$) – brid i spaja čvorove u_i i v_i. Garantirano je da će bridovi činiti stablo.

U sljedećih k redaka nalaze se brojevi x_i i y_i ($1 \leq x_i, y_i \leq n$), čvorovi između kojih Patrik boja bridove.

Izlazni podaci

U jedini redak za svaki brid ispišite njegovu konačnu boju, redom kojim su dani u ulazu.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	15	$u_i = i$, $v_i = i + 1$ za svaki i
2	15	$n, k \leq 2000$
3	45	$n \leq 10^5$
4	45	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
6 2
1 2
2 3
2 4
1 5
4 6
5 2
6 1
```

izlaz

```
2 0 2 1 2
```

ulaz

```
5 4
1 2
2 3
3 4
4 5
5 5
4 3
2 1
2 4
```

izlaz

```
3 4 4 0
```

ulaz

```
5 4
3 5
2 3
4 3
5 1
4 1
5 5
4 2
1 5
```

izlaz

```
1 3 3 4
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Prvom bojom obojao je bridove 1 i 4, a zatim je drugom bojom obojao bridove 1, 3 i 5.