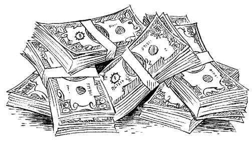
Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

3. kolo, 12. prosinca 2020.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Milijunaš	1 sekunda	512 MiB	20
Lijek	1 sekunda	512 MiB	30
Knjige	1 sekunda	512 MiB	50
Vlak	1 sekunda	512 MiB	70
Sateliti	3 sekunde	512 MiB	110
Selotejp	1 sekunda	512 MiB	110
Specijacija	4 sekunde	1 GiB	110
Ukupno			500

Zadatak Milijunaš



Mirko je konačno dobio priliku sudjelovati u popularnom kvizu “Milijunaš”. Na Milijunašu postoji 15 pitanja. Ako Mirko odgovori na svih 15 točno, osvojit će milijun kuna. Inače, ako na neko pitanje odgovori netočno, osvaja iznos koji nosi zadnji *prag* kojeg je prošao (točno odgovorio na pripadno pitanje).

U igri postoje dva praga:

- 5. pitanje koje nosi 1000 kuna
- 10. pitanje koje nosi 32 000 kuna.

Ako Mirko nije prošao niti jedan prag, vratit će se kući praznih ruku, tj. osvojit će nula kuna.

Iako Mirko u bilo kojem trenutku ima opciju odustati, opće je poznato da on nikada ne odustaje, pa su za ovaj zadatak pravila igre u slučaju odustajanja nebitna.

Mirko zna da je točno odgovorio na x pitanja te da je nakon toga napustio kviz. Odredite iznos koji je osvojio.

Ulazni podatci

U prvom je retku cijeli broj x $(0 \leq x \leq 15)$ iz teksta zadatka.

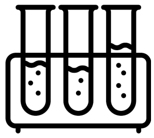
Izlazni podatci

Ispišite koliko je kuna Mirko osvojio.

Probni primjeri

ulaz	**ulaz**	**ulaz**
`1`	`13`	`7`
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
`0`	`32000`	`1000`

Zadatak Lijek



Mislio je Donald da će sudskim tužbama uspjeti zadržati posao koji je nedavno izgubio. Kako se čini da pravnog lijeka nema, od toga neće biti ništa i vrijeme je da se vrati u poslovne vode. Odlučio je napraviti univerzalni lijek za sve bolesti. Otkrio je tri magična sastojka te način kako ih miješati za univerzalni lijek.

Da bi se dobilo n grama lijeka, treba pomiješati a grama prvog sastojka, b grama drugog sastojka i c grama trećeg sastojka, a pri tome treba vrijediti:

- a, b i c su prirodni brojevi, te je njihov zbroj jednak n
- umnožak brojeva a, b i c je **najveći** mogući uz zadovoljen prvi uvjet.

Za zadani n odredite brojeve a, b i c koji zadovoljavaju opisane uvjete.

Ulazni podatci

U prvom je retku prirodan broj n ($3 \leq n \leq 100$) iz teksta zadatka.

Izlazni podatci

U jedini redak u uzlaznom poretku ispišite brojeve a, b i c iz teksta zadatka.

Moguće je dokazati da su za dana ograničenja takvi brojevi jedinstveni.

Probni primjeri

ulaz	**ulaz**	**ulaz**
`6`	`10`	`77`
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
`2 2 2`	`3 3 4`	`25 26 26`

Zadatak Knjige

Tin je jako poseban dječak. On ne voli puno stvari, na primjer ne voli Barcelonu, ne voli gubiti u igricama, ne voli bilo kakav nered...

Danas ide prijatelju Anti u posjet da jednom za sva vremena razriješe tko je najbolji igrač FIFA-e. Čim je ušao u Antin stan, dočekalo ga je neugodno iznenađenje. Na Antinom zidu stoje dvije police, jedna pokraj druge. Na lijevoj se nalazi n knjiga, naslaganih jedna **na** drugu, o povijesnim uspjesima Barcelone, a desna je prazna.

Nije ga toliko smetalo što Ante čita, po njegovom mišljenju, nekvalitetno štivo, već ga je puno više smetalo što su knjige bile u neredu, odnosno nisu bile poredane od najtanje prema najdebljoj. Kako je Ante dobar prijatelj, odmah je požurio presložiti knjige u Tinov omiljeni poredak. U jednom potezu on može:

- **uzeti knjigu s vrha** neke police u lijevu ili desnu ruku, ako u toj ruci već ne drži neku drugu knjigu; ili
- knjigu koju drži u nekoj ruci **staviti na vrh** neke police.

Antina jača strana je nogomet, a ne slaganje knjiga, pa moli vas da ispišete neki niz poteza, koje on može napraviti, nakon kojeg će se sve knjige nalaziti na **lijevoj polici** i biti poredane **od najtanje prema najdebljoj**, gledano **od vrha prema dnu**.

Ulazni podatci

U prvom je retku prirodan broj n ($1 \le n \le 100$), broj knjiga na lijevoj polici.

U drugom je retku n prirodnih brojeva d_i ($1 \le d_i \le 1000$) koji predstavljaju debljine knjiga redom od vrha prema dnu.

Izlazni podatci

U prvom retku ispišite prirodni broj k ($0 \le k \le 100\ 000$), broj poteza u vašem rješenju.

U sljedećih k redaka ispišite poteze u obliku `NAREDBA RUKA POLICA`, pri čemu vrijedi:

- `NAREDBA` je riječ `UZMI` ako Ante u tom potezu uzima knjigu s police, odnosno riječ `STAVI` ako stavlja knjigu na policu
- `RUKA` je slovo `L` ako Ante u tom potezu koristi lijevu ruku, odnosno slovo `D` ako koristi desnu ruku
- `POLICA` je slovo `L` ako u tom potezu sudjeluje lijeva polica, odnosno slovo `D` ako sudjeluje desna polica.

Ispisano rješenje **ne** mora biti najmanje moguće duljine, ali ne smije koristiti više od 100 000 poteza. Moguće je dokazati da za dana ograničenja rješenje uvijek postoji.

Probni primjeri

ulaz

```
3
2 3 1
```

izlaz

```
8
UZMI L L
STAVI L D
UZMI L L
UZMI D L
STAVI L L
UZMI L D
STAVI L L
STAVI D L
```

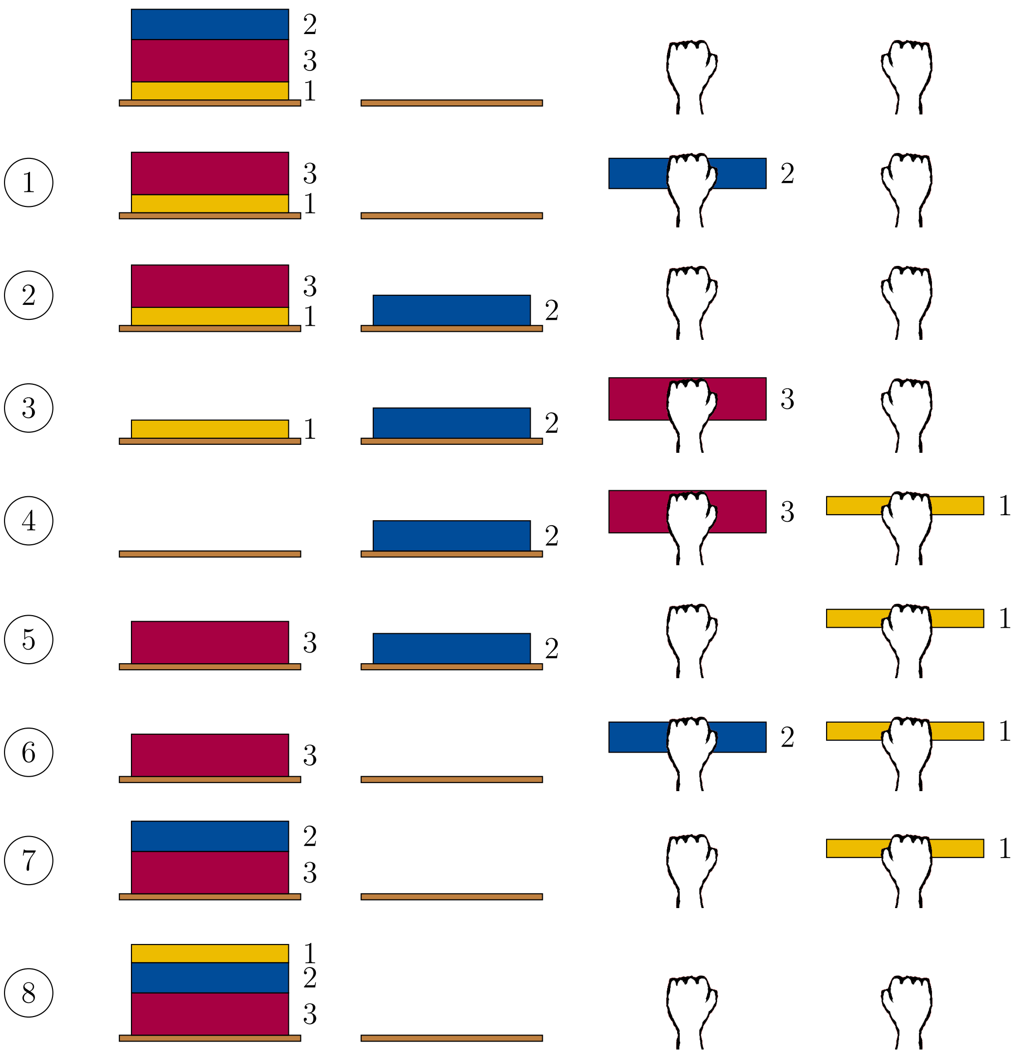
ulaz

```
4
1 1 2 5
```

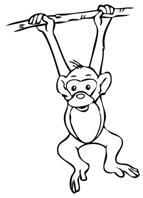
izlaz

```
0
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:



Zadatak Vlak



Nina i Emilija snimaju hit, a tijekom pauze igraju jednu igru. Igračice naizmjence na papir nadopisuju neko slovo, na kraj trenutno napisane riječi. Na početku je papir prazan, a Nina je prva na potezu.

Slova moraju birati tako da riječ koja piše **nakon** nečijeg poteza bude prefiks neke od riječi u najdražoj pjesmi te osobe. Igračica koja ne može napraviti potez gubi igru.

Ako obje igračice igraju optimalno, odredite koja će pobijediti.

Napomena: Kažemo da je riječ a *prefiks* riječi b ako je $|a| \leq |b|$ te se a i b podudaraju u prvih $|a|$ slova. Ovdje $|s|$ označava duljinu riječi s.

Ulazni podatci

U prvom je retku prirodan broj n, broj riječi u Nininoj najdražoj pjesmi.
U svakom od sljedećih n redaka je po jedna riječ iz Ninine najdraže pjesme.

U sljedećem je retku prirodan broj m, broj riječi u Emilijinoj najdražoj pjesmi.
U svakom od sljedećih m redaka je po jedna riječ iz Emilijine najdraže pjesme.

Riječi se sastoje od malih slova engleske abecede, a zbroj duljina svih riječi je najviše 200 000.

Izlazni podatci

Ispišite `Nina` ili `Emilija`, ime osobe koja pobjeđuje u igri.

Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 40 bodova zbroj duljina riječi bit će najviše 2000.

Probni primjeri

ulaz

```
2
aaa
bbb
3
aab
aba
bbb
```

izlaz

```
Nina
```

ulaz

```
2
acg
beh
2
adi
bfj
```

izlaz

```
Emilija
```

ulaz

```
3
ja
sam
vlak
5
sto
zgazit
ce
te
mali
```

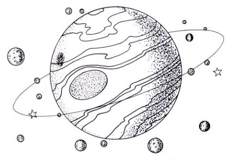
izlaz

```
Nina
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Ako Nina u prvom potezu napiše slovo `b`, Emilija mora napisati slovo `b`, i onda Nina mora napisati slovo `b`. Tada na papiru piše `bbb`, te Emilija ne može odigrati potez, pa je Nina pobijedila.
Kada bi Nina u prvom potezu napisala slovo `a`, Emilija može napisati slovo `b`. Tada na papiru piše `ab`, te Nina ne može odigrati potez i gubi.

Zadatak Sateliti



U svrhu istraživanja kratera, teleskop Arecibo snima slike Saturnovih satelita. Znanstveni tim mora razlikovati snimke satelita, odnosno grupirati snimke po satelitu, ali to nije tolko jednostavno jer su sateliti mogli biti snimani iz različitih kuteva.

Snimljene slike mogu se prikazati kao dvodimenzionalne matrice dimenzija $n \times m$, ispunjene znakovima `'*'` (krater) i `'.'` (ravna površina). Kažemo da dvije slike odgovaraju istom satelitu ako se jedna može dobiti iz druge **cikličkim pomacima redaka i stupaca**.

Kako bi se postupak provjere olakšao, znanstvenici žele normalizirati snimku teleskopa, odnosno naći **leksikografski najmanju** sliku koja odgovara satelitu s dane slike. Pri usporedbi slika uspoređuje se niz od nm znakova dobiven spajanjem svih n redaka slike, a znakovi se uspoređuju po ASCII vrijednosti.

Ulazni podatci

U prvom su retku prirodni brojevi n i m ($1 \leq n, m \leq 1000$), dimenzije slike.

U sljedećih n redaka je po m znakova `'*'` i `'.'` koji predstavljaju sliku satelita.

Izlazni podatci

Ispišite n redaka s po m znakova, traženu sliku iz teksta zadatka.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$1 \leq n, m \leq 50$
2	40	$1 \leq n, m \leq 300$
3	60	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3 3
.**
*..
.*.
```

izlaz

```
**.
..*
*..
```

ulaz

```
3 4
....
..*.
....
```

izlaz

```
*...
....
....
```

ulaz

```
3 5
.**..
.***.
..**.
```

izlaz

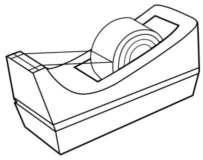
```
***..
.**..
**...
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Sve slike koje odgovaraju ovom satelitu su:

```
.**  .*.  *..  **.  *..  ..*  *.*  ..*  .*.
*..  .**  .*.  ..*  **.  *..  .*.  *.*  ..*
.*.  *..  .**  *..  ..*  **.  ..*  .*.  *.*
```

Zadatak Selotejp



Za Mirka nema veće sreće od one kada nađe novi kolut selotejpa, a danas je posebno sretan jer je uz selotejp našao i Slavkov adventski kalendar.

Adventski kalendar možemo prikazati kao matricu s n redaka i m stupaca, a na svakom polju nalazi se prozorčić iza kojeg je čokoladica. Slavko je neke prozorčiće već otvorio, a ostali su još zatvoreni.

Mirko je odlučio sve zatvorene prozorčiće zalijepiti selotejpom jer smatra da se za čokoladicu uvijek treba pomučiti. Selotejp je beskonačne duljine, a širok je kao jedan redak ili stupac adventskog kalendara. Mirko može jednom trakom selotejpa zalijepiti neki **slijed vodoravno ili okomito susjednih zatvorenih** prozorčića. Također, **ne** želi ni jedan prozorčić zalijepiti **više od jednom** jer želi da mu Slavko ostane prijatelj.

Sad ga zanima koji je **najmanji** broj traka koji mu treba da bi zalijepio **sve** zatvorene prozorčiće.

Ulazni podatci

U prvom su retku prirodni brojevi n i m ($1 \leq n \leq 1000$, $1 \leq m \leq 10$), dimenzije Slavkovog adventskog kalendara.

U sljedećih n redaka je po m znakova `'.'` i `'#'` koji predstavljaju Slavkov adventski kalendar. Znak `'.'` označava da je Slavko već otvorio prozorčić na tom polju, a znak `'#'` da ga još nije otvorio.

Izlazni podatci

Ispišite najmanji broj traka koje trebaju Mirku da zalijepi sve zatvorene prozorčiće.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	35	Svaki zatvoreni prozorčić je susjedan (dijeli stranicu) s najviše dva druga zatvorena prozorčića.
2	35	$1 \leq n \leq 10$
3	40	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
2 3
#.#
###
```

izlaz

```
3
```

ulaz

```
4 3
.#.
###
.##
.#.
```

izlaz

```
3
```

ulaz

```
4 4
####
#.#.
#.##
####
```

izlaz

```
5
```

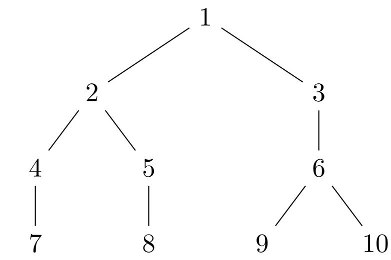
Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Jedno od mogućih rješenja je da Mirko zalijepi cijeli prvi stupac jednom trakom, cijeli treći stupac jednom trakom te prozorčić u drugom retku i drugom stupcu zalijepi trećom trakom.

Zadatak Specijacija

Zadan je prirodan broj n i niz prirodnih brojeva $a_1, a_2, \ldots, a_n$ takav da vrijedi $\frac{i(i-1)}{2} < a_i \leq \frac{i(i+1)}{2}$.

Dani niz parametrizira stablo s $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ čvorova, podijeljeno na $n+1$ razina s redom $1, 2, \ldots, n+1$ čvorova, koje je građeno na sljedeći način:



Stablo parametrizirano s $a = (1, 2, 6)$.

Na i-toj razini se nalaze čvorovi $\frac{i(i-1)}{2} + 1, \ldots, \frac{i(i+1)}{2}$. Čvor a_i ima dvoje djece, a ostali čvorovi na toj razini imaju po jedno dijete.

Želimo odgovoriti na q upita oblika "koji je najveći zajednički predak čvorova x i y", tj. čvor s najvećom oznakom koji je predak i od x i od y.

Ulazni podatci

U prvom su retku cijeli brojevi n, q i t ($1 \leq n, q \leq 200\,000$, $t \in \{0, 1\}$), broj parametara, broj upita i broj pomoću kojeg se određuju oznake čvorova u upitima.

U drugom je retku niz od n prirodnih brojeva a_i ($\frac{i(i-1)}{2} < a_i \leq \frac{i(i+1)}{2}$) koji parametriziraju stablo.

U i-tom od sljedećih q redaka su po dva prirodna broja $\widetilde{x}_i$ i $\widetilde{y}_i$ ($1 \leq \widetilde{x}_i, \widetilde{y}_i \leq \frac{(n+1)(n+2)}{2}$) pomoću kojih se određuju oznake čvorova u upitima.

Neka je z_i odgovor na i-ti upit, te uzmimo da je $z_0 = 0$. Oznake čvorova u i-tom upitu x_i i y_i su određene formulama:

$$x_i = \left((\widetilde{x}_i - 1 + t \cdot z_{i-1}) \bmod \frac{(n+1)(n+2)}{2}\right) + 1,$$
$$y_i = \left((\widetilde{y}_i - 1 + t \cdot z_{i-1}) \bmod \frac{(n+1)(n+2)}{2}\right) + 1,$$

pri čemu mod označava ostatak pri dijeljenju.

Napomena: Primjetimo da ako je $t = 0$ imamo $x_i = \widetilde{x}_i$ i $y_i = \widetilde{y}_i$, tj. svi upiti su unaprijed poznati. Ako je $t = 1$, upiti nisu izravno poznati na početku, već se određuju pomoću odgovora na prethodne upite.

Izlazni podatci

Ispišite q redaka. U i-ti redak ispišite najveći zajednički predak čvorova x_i i y_i.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	$q = 1$, $t = 0$
2	10	$n \leq 1000$, $t = 0$
3	30	$t = 0$
4	60	$t = 1$

Probni primjeri

ulaz

```
3 5 0
1 2 6
7 10
8 5
6 2
9 10
2 3
```

izlaz

```
1
5
1
6
1
```

ulaz

```
3 5 1
1 2 6
7 10
8 5
6 2
9 10
2 3
```

izlaz

```
1
6
2
1
1
```

Pojašnjenje probnih primjera:

Stablo iz probnih primjera je prikazano na slici iz teksta zadatka.

Oznake čvorova u upitima iz drugog probnog primjera su:
$x_1 = 7,\ y_1 = 10,$
$x_2 = 9,\ y_2 = 6,$
$x_3 = 2,\ y_3 = 8,$
$x_4 = 1,\ y_4 = 2,$
$x_5 = 3,\ y_5 = 4.$