Prvi izborni ispit

29. srpnja 2020.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Kraljevstvo	1 sekunda	512 MiB	100
Redoslijed	4 sekunde	512 MiB	100
Sadnice	3 sekunde	512 MiB	100
Ukupno			300

Zadatak Kraljevstvo

Jednom davno, u ona davna, davna vremena, na ovim je prostorima postojalo veliko i bogato kraljevstvo koje se sastojalo od N dvoraca u kojima su živjeli mještani. Zanimljivo je da kraljevstvom nije vladao jedan, već dva kralja. Kralj Istok živio je u najistočnijem dvorcu, dok je kralj Zapad živio u najzapadnijem. Nažalost, idiličan život mještana prekinula je vijest o razbojničkoj bandi koja juri prema kraljevstvu.

Vremena je sve manje, iduća dva tjedna su ključna, kraljevstvo nije moguće u potpunosti zaštititi bez poduzimanja drastičnih mjera. Teška srca, kraljevi će odabrati točno K dvoraca koje će dodatno osnažiti selidbom stanovnika iz preostalih $N - K$ dvoraca. Naravno, među K osnaženih dvoraca nalazit će se i dvorci u kojima oni sami žive. Također, osnažene će dvorce ograditi zidinama tako da one tvore *konveksnu ljusku* tog skupa dvoraca. Primijetite da se prazni dvorci mogu, ali i ne moraju nalaziti unutar te konveksne ljuske.

Logično, kraljevi su odlučili osnažiti K dvoraca tako da površina zidinama ograđenog dijela bude najveća moguća. Odredite tu površinu.

Napomena: konveksna ljuska nekog skupa točaka odgovara konveksnom poligonu najmanje površine koji sadrži (na svojim bridovima, vrhovima ili u unutrašnjosti) sve točke tog skupa.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi N i K $(3 \leq K \leq N)$ iz teksta zadatka.

U i-tom od sljedećih N redaka nalaze se po dva broja x_i i y_i $(0 \leq |x_i|, |y_i| \leq 10^9)$ koji označavaju da se i-ti dvorac u koordinatnoj ravnini nalazi na poziciji (x_i, y_i). Pritom se niti jedan par dvoraca neće nalaziti na istoj poziciji.

Također, prvi od navedenih dvoraca odgovara dvorcu kralja Zapada $(y_1 = 0, x_1 < x_i, i \neq 1)$, dok drugi navedeni dvorac odgovara dvorcu kralja Istoka $(y_2 = 0, x_2 > x_i, i \neq 2)$. Primijetite da oba dvorca leže na x-osi.

Izlazni podaci

U jedini je redak potrebno ispisati realan broj koji predstavlja traženu površinu iz teksta zadatka.

Površinu treba ispisati bez vodećih i pratećih nula. Primjerice, ako je tražena površina iznosi 3.14, ispisi poput 03.14 ili 3.1400 neće se priznavati.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	$3 \leq N \leq 20$
2	25	$3 \leq N \leq 100$
3	15	$3 \leq N \leq 500$
4	49	$3 \leq N \leq 3\,000$

Probni primjeri

ulaz

```
6 4
0 0
9 0
2 8
6 5
2 -7
8 -7
```

izlaz

```
67.5
```

ulaz

```
5 3
0 0
10 0
5 0
5 5
5 -5
```

izlaz

```
25
```

ulaz

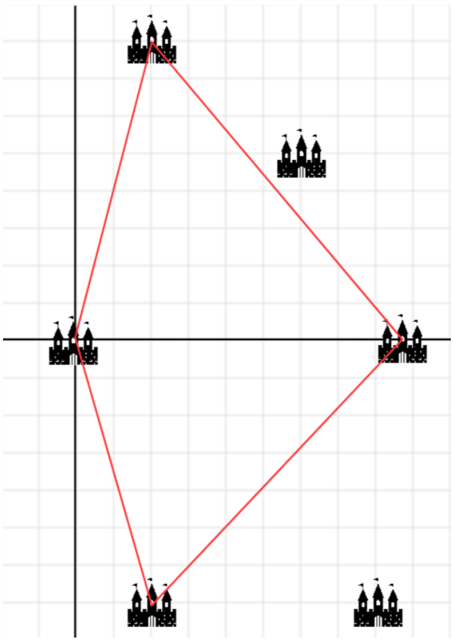
```
8 5
0 0
15 0
2 -2
4 12
10 -14
6 -12
2 -10
13 10
```

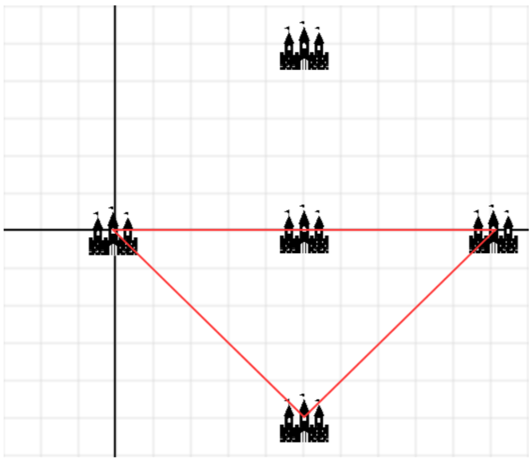
izlaz

```
238
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera: Optimalno je osnažiti dvorce na pozicijama $(0, 0)$, $(2, -7)$, $(2, 8)$ i $(9, 0)$ kao što je prikazano na lijevoj skici.

Pojašnjenje drugog probnog primjera: Optimalno je osnažiti dvorce na pozicijama $(0, 0)$, $(10, 0)$ i $(5, -5)$ kao što je prikazano na desnoj skici.





Zadatak Redoslijed

Mali Davor jednoga je dana upalio televizor i vidio kako je jedan gospodin nacrtao prekrasan portret. „Kakav *super talent*!”, pomislio je Davor te odmah zgrabio kantice s bojama i svoj najdraži kist, otrčao u dvorište te se bacio na posao.

U dvorištu je pronašao i dasku dugačku N metara koju će koristiti umjesto platna. Potom je M puta umočio svoj kist u kanticu neke boje c te ga je povukao od a-tog do b-tog metra daske, obojivši taj segment bojom c. Također, svakoga je puta na zaseban papirić zapisao kojom je bojom obojio koji dio daske.

Remek-djelo je završeno, Davor je presretan, a sada još samo treba napraviti hrpu kopija koje će izložiti po svim svjetskim galerijama. Baš dobro što je svaki potez kistom zapisao na pap...

Što!? Puhnuo je vjetar i papirići su se izmiješali! Davor je slomljen, pomozite mu odrediti kojim je redoslijedom mogao povlačiti poteze kistom tako da na kraju dobije svoje remek-djelo ili zaključite da takav redoslijed ne postoji. U tom je slučaju vjetar najvjerojatnije predaleko otpuhao neki papirić ili je Davor napravio pogrešku prilikom zapisivanja.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi N i M iz teksta zadatka.

U i-tom od idućih M redaka nalaze se tri prirodna broja a_i, b_i $(1 \leq a_i \leq b_i \leq N)$ i c_i $(1 \leq c_i \leq 500\,000)$ koji označavaju da je Davor napravio potez kistom kojim je obojio dio daske od a_i-tog do b_i-tog metra (uključivo) u boju c_i.

U posljednjem se retku nalazi N cijelih brojeva pri čemu i-ti broj označava boju kojom je obojen i-ti metar daske. Neobojeni dio daske označavamo brojem 0.

Izlazni podaci

U prvi redak potrebno je ispisati riječ `"DA"` ako je moguće primijeniti Davorove poteze kistom u nekom poretku tako da konačan produkt odgovara obojenoj dasci iz ulaza. U protivnom, potrebno je ispisati riječ `"NE"`.

Također, ako ste ispisali `"DA"`, u idućem je retku potrebno ispisati M brojeva koji označavaju kojim je redoslijedom potrebno primijeniti Davorove poteze. Pritom nam i-ti ispisani broj (označimo ga s p_i) govori da i-ti potez kistom treba odgovarati p_i-tom potezu navedenom u ulaznim podacima. Ako postoji više rješenja, ispišite bilo koje.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	5	$1 \leq N, M \leq 9$
2	10	$1 \leq N, M \leq 5\,000$, svaki potez kistom koristit će jedinstvenu boju.
3	25	$1 \leq N, M \leq 500\,000$, svaki potez kistom koristit će jedinstvenu boju.
4	12	$1 \leq N, M \leq 5\,000$
5	16	$1 \leq N, M \leq 500\,000$, $1 \leq c_i \leq 5$
6	32	$1 \leq N, M \leq 500\,000$

Probni primjeri

ulaz

```
6 5
3 5 5
1 1 6
1 3 2
1 4 7
4 6 6
6 2 5 5 5 6
```

izlaz

```
DA
4 5 3 1 2
```

ulaz

```
14 6
6 9 4
12 13 6
2 3 5
1 14 3
5 6 9
9 12 8
3 5 5 3 9 4 4 4 8 8 8 6 6 3
```

izlaz

```
DA
4 5 1 6 2 3
```

ulaz

```
15 5
7 8 3
10 14 5
4 7 2
3 12 1
5 9 4
0 0 1 2 4 4 3 3 4 5 1 1 5 5 0
```

izlaz

```
NE
```

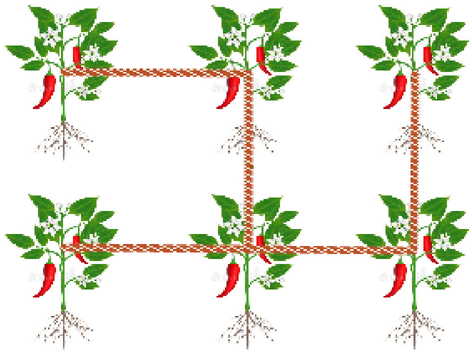
Pojašnjenje prvog probnog primjera:

- Na početku je daska neobojena, odnosno njeno stanje je $(0, 0, 0, 0, 0, 0)$.
- Najprije od 1. do 4. metra bojimo bojom 7 i dobivamo $(7, 7, 7, 7, 0, 0)$.
- Zatim od 4. do 6. metra bojimo bojom 6 i dobivamo $(7, 7, 7, 6, 6, 6)$.
- Potom od 1. do 3. metra bojimo bojom 2 i dobivamo $(2, 2, 2, 6, 6, 6)$.
- Onda od 3. do 5. metra bojimo bojom 5 i dobivamo $(2, 2, 5, 5, 5, 6)$.
- Konačno prvi metar bojimo bojom 6 i dobivamo $(6, 2, 5, 5, 5, 6)$.

Zadatak Sadnice

Krajem ožujka 2018. godine, gospodin Malnar se s lokalnog obiteljsko-poljoprivrednog gospodarstva vratio s hrpom ljutih paprika. S lakoćom ih je povezao špagama na optimalan način te ih, sasvim nesebično, podijelio skupini prijatelja. Prvi ih je kušao Dominik koji nije ni osjetio ljutinu, potom Josip i tako dalje. Međutim, dio prijatelja gospodina Malnara ozbiljno se opekao. Među njima valja istaknuti Krešimira, koji se zakleo da će mu se osvetiti.

Danas gospodin Malnar više ne kupuje paprike, već ih sam uzgaja. Ove godine odlučio je posaditi $(N+1)\cdot(M+1)$ sadnica u koordinatnom sustavu, i to tako da se sadnice nalaze na cjelobrojnim točkama iz skupa $\{0,1,2,\ldots,N\}\times\{0,1,2,\ldots,M\}$. Također, odlučio je sadnice međusobno povezati koristeći $(N+1)(M+1)-1$ komad špage jedinične duljine, odnosno, dvije sadnice može direktno povezati komadom špage ako euklidska udaljenost između njih iznosi 1. Dodatno, sadnice moraju biti tako povezane da čine jedan *vijenac*. Za dvije sadnice kažemo da dio istoga vijenca ako sićušni mravac, koji se kreće isključivo sadnicama i špagama, može proputovati između spomenute dvije sadnice.



Primjer ispravnog povezivanja sadnica za $N=1$ i $M=2$.

Gospodin Malnar zna da mu Krešimir želi pomrsiti planove. Naslutio je da će doći, pod okriljem noći, te napraviti točno jedan horizontalan ili vertikalan rez kojim će prerezati svaki komad špage koji mu se nađe na putu. Poznato je da Krešimir neće nauditi samim sadnicama, ali će njegov rez biti takav da se početni vijenac sadnica raspadne na što je moguće više vijenaca.

Stoga, gospodin Malnar će povezati sadnice na način da broj vijenaca nakon Krešimirova reza bude najmanji mogući.

Možete li odrediti jedan način na koji je gospodin Malnar mogao povezati svoje sadnice?

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi N i M iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

Potrebno je ispisati $2N+1$ redaka s po $3M+1$ znakova koji predstavljaju na koji su način sadnice povezane komadima špage.

Sadnice predstavljamo znakom `'o'` (ASCII 111), komad špage kojim spajamo dvije sadnice u istom stupcu predstavljamo znakom `'|'` (ASCII 124), a komad špage kojim spajamo dvije sadnice u istom retku predstavljamo znakovima `'--'` (ASCII 45).

Između susjednih sadnica koje nisu spojene komadom špage nalaze se bjeline, i to dva znaka razmaka (ASCII 32) između sadnica u istom retku, odnosno jedan znak razmaka između sadnica u istom stupcu.

Bodovanje

Rješenja koja na nekom test podatku na ispravan, ali ne i optimalan način povežu sadnice, osvojit će

$$0.75 \cdot \max\left(\left(\frac{A-1}{B-1}\right)^4, 1-\left(1-\frac{1}{(B-A)^2}\right)^6\right) \cdot X$$

bodova, pri čemu A označava broj vijenaca nakon Krešimirova reza u optimalnom rješenju, dok B označava analognu stvar u vašem rješenju, a X je broj bodova predviđenih za taj test podatak.

Broj bodova nekog podzadatka jednak je najmanjem broju bodova koje vaše rješenje ostvaruje na nekom od test podataka tog podzadatka.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	15	$1 \le N = M \le 1\,000$
2	15	$2 \le 2N = M \le 1\,000$
3	5	$1 \le N \le M \le 3$
4	10	$1 \le N \le M \le 10$
5	20	$1 \le N \le M \le 100$
6	35	$1 \le N \le M \le 1\,000$

Probni primjeri

ulaz

```
2 2
```

izlaz

```
o--o  o
|     |
o  o--o
|     |
o--o--o
```

ulaz

```
2 2
```

izlaz

```
o--o--o
|
o  o--o
|     |
o--o--o
```

Pojašnjenje probnih primjera:

Izlaz prvog probnog primjera predstavlja jedan optimalan način vezanja sadnica. Krešimirov će rez rastaviti ovaj vijenac na tri manja vijenca.

Izlaz drugog probnog primjera predstavlja suboptimalan način vezanja sadnica kojeg je gospodin Malnar prvotno imao na umu (primijetite oblik slova G). Krešimirov će rez rastaviti ovaj vijenac na četiri manja vijenca. Broj bodova koji biste osvojili za ovakav izlaz iznosi 75% ukupnog broja bodova predviđenih za taj test podatak.