



## Prvi izborni ispit

9. lipnja 2023.

### Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
<b>Graf</b>	2 sekunde	512 MiB	100
<b>Prosjek</b>	3 sekunde	512 MiB	100
<b>Trokuti</b>	1 sekunda	512 MiB	100
<b>Ukupno</b>			300



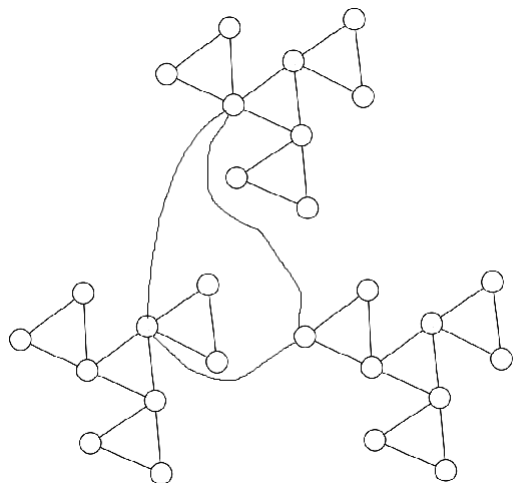
## Zadatak Graf

Za nenegativni cijeli broj  $k$ , definiramo pojam  $k$ -trostrukog grafa rekurzivno na sljedeći način.

Za graf kažemo da je 0-trostruki ako se sastoji od točno jednog čvora.

Za  $k \geq 1$ , kažemo da je graf  $k$ -trostruki ako je nastao uzimanjem neka tri  $(k - 1)$ -trostrukog grafa  $G, H$  i  $I$ , odabirom po jednog čvora iz svakog od ta tri grafa te dodavanjem tri nova brida koja spajaju odabrane čvorove.

Slika ispod prikazuje jedan 3-trostruki graf.



Vaš je zadatak za zadani ulazni graf odrediti je li on  $k$ -trostruki za neki  $k$ .

### Ulazni podaci

U prvom su retku dva prirodna broja  $N$  i  $M$ , redom broj čvorova i broj bridova u grafu.

U svakom od sljedećih  $M$  redaka su dva prirodna broja  $a$  i  $b$  ( $1 \leq a, b \leq N$ ), koja predstavljaju brid između čvorova  $a$  i  $b$ . Nijedan brid ne povezuje čvor sa samim sobom te nijedan brid neće biti naveden dvaput.

### Izlazni podaci

U jedinom retku ispišite da ukoliko je zadani graf  $k$ -trostruki za neki  $k$ , odnosno ne ako nije.

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $1 \leq N \leq 200\,000$  i  $1 \leq M \leq 300\,000$ .

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	15	$N \leq 10, M \leq 20$
2	20	$N \leq 1000, M \leq 2000$
3	15	Ako je graf $k$ -trostruki, garantirano je da je nastao tako da su u svakom koraku odabrana upravo tri čvora tako da je svaki bio odabran u prethodnom koraku u pripadajućem grafu nižeg stupnja trostrukosti. (Uvijek se bira "srednji" čvor.)
4	50	Nema dodatnih ograničenja.



## Probni primjeri

**ulaz**

3 3

1 2

2 3

3 1

**izlaz**

da

**ulaz**

9 12

1 2

2 3

3 1

3 4

4 5

3 5

5 6

6 7

7 5

7 8

9 8

7 9

**izlaz**

ne

**ulaz**

9 12

1 2

2 3

3 1

4 5

5 6

6 4

7 8

8 9

9 7

1 7

7 4

4 1

**izlaz**

da

### Pojašnjenje trećeg probnog primjera:

Riječ je o "jednoj trećini" grafa sa slike iznad, tj. o 2-trostrukom grafu.



## Zadatak Prosjek

Na ploči je zapisano  $N$  nenegativnih cijelih brojeva. U jednoj operaciji dozvoljeno je odabrati bilo koja dva broja s ploče čiji je zbroj djeljiv s 2, odabrane brojeve obrisati te dopisati novi broj na ploču - aritmetičku sredinu odabranih brojeva. Uočite da je nakon svake takve operacije novi broj na ploči također cijeli broj.

Odredite je li moguće nizom opisanih poteza doći do situacije da na ploči piše točno jedan broj. Dodatno, ako je to moguće, odredite jedan mogući niz poteza kojim se to postiže. Također, potrebno je odrediti tražene poteze u  $T$  različitim situacija, svaka sa svojom zadanom pločom.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodni broj  $T$ , broj različitih situacija.

U sljedećim retcima slijede redom opisi situacija. Svaki opis zadan je u sljedećem formatu.

U prvom je retku prirodni broj  $N$ .

U drugom je retku niz nenegativnih cijelih brojeva  $a_1, a_2, \dots, a_N$  koji predstavljaju brojeve zapisane na ploči. Navedeni brojevi nisu nužno različiti.

### Izlazni podaci

Za svaku situaciju ispišite sljedeće.

Ukoliko ne postoji traženi niz poteza, u jedinom retku ispišite  $-1$ .

Inače, u  $i$ -tom od sljedećih  $N - 1$  redaka ispišite dva nenegativna cijela broja  $x_i$  i  $y_i$  koji predstavljaju odabir brojeva na ploči u  $i$ -toj operaciji. Odabrani se brojevi moraju u tom trenutku nalaziti na ploči te njihov zbroj mora biti djeljiv s 2.

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $1 \leq T \leq 10^5$ ,  $2 \leq N \leq 10^6$  i  $0 \leq a_i \leq 10^{18}$  za sve  $i = 1, 2, \dots, N$ . Suma svih vrijednosti  $N$  po svim situacijama iznosi najviše  $10^6$ .

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	9	$T \leq 100, N \leq 7$
2	23	$T \leq 100, a_i \leq 10$ za sve $i = 1, 2, \dots, N$
3	16	Svi brojevi na svim pločama su parni.
4	52	Nema dodatnih ograničenja.



## Probni primjeri

**ulaz**

2  
3  
1 4 5  
4  
1 4 5 5

**izlaz**

-1  
1 5  
3 5  
4 4

**ulaz**

1  
6  
1 2 3 4 5 6

**izlaz**

1 5  
3 3  
4 6  
3 5  
2 4

### Pojašnjenje drugog probnog primjera:

Brojevi na ploči na početku su 1, 2, 3, 4, 5 i 6.  
Brojevi na ploči nakon prvog poteza su 2, 3, 4, 6, 3.  
Brojevi na ploči nakon drugog poteza su 2, 4, 6, 3.  
Brojevi na ploči nakon trećeg poteza su 2, 3, 5.  
Brojevi na ploči nakon četvrtog poteza su 2, 4.  
Konačni broj na ploči je 3.



## Zadatak Trokuti

Od Vas je skriven graf s točno 100 čvorova, označenih redom od 1 do 100. Vaš je cilj rekonstruirati taj graf koristeći određeni broj upita. Jedan se upit sastoji od odabira tri različita čvora grafa, a kao odgovor na upit dobiva se broj bridova grafa koji povezuju neka dva od odabrana tri čvora. Dakle, odgovor na upit je jedan od brojeva 0, 1, 2 ili 3.

Bridovi u grafu su neusmjereni te nemaju težine. Prema tome, rekonstruirati graf znači odrediti za svaki par čvorova je li povezan.

### Interakcija

Ovo je interaktivni zadatak. Vaš program treba uspostaviti dijalog s programom izrađenim od strane organizatora koji odgovara na postavljene upite.

Vaš program može slati upite pisanjem na standardni izlaz. Svaki upit treba biti ispisano u zaseban redak te poprimati oblik “?  $a$   $b$   $c$ ”, gdje su  $a$ ,  $b$  i  $c$  različiti prirodni brojevi za koje vrijedi  $1 \leq a, b, c \leq 100$ . Brojevi  $a$ ,  $b$  i  $c$  predstavljaju oznake odabranih čvorova iz upita.

Nakon svakog ispisanog upita, vaš program treba napraviti *flush* izlaza te sa standardnog ulaza pročitati *odgovor* na upit – broj iz skupa  $\{0, 1, 2, 3\}$  koji predstavlja broj bridova među odabranim čvorovima.

**Vaš program smije poslati najviše 161 700 ovakvih upita.**

Kada je vaš program rekonstruirao graf, treba na standardni izlaz u zaseban redak ispisati znak ! te zatim ispisati matricu susjedstva skrivenog grafa. Drugim riječima, potrebno je ispisati 100 redaka od po 100 znakova 0 ili 1. Broj u  $i$ -tom retku i  $j$ -tom stupcu mora iznositi 1 ako i samo ako su čvorovi  $i$  i  $j$  povezani. Ispisana matrica mora biti simetrična te sadržavati nule na dijagonalama.

Nakon toga, vaš program ponovno treba napraviti *flush* izlaza i završiti izvođenje.

### Bodovanje

Neka je  $Q$  broj upita koje je postavio vaš program.

Ukoliko je  $Q > 161\,700$ , vaš program će osvojiti 0 bodova.

Inače, broj bodova koji će vaš program ostvariti računa se na temelju sljedeće tablice:

Raspon	Broj bodova
$9900 \leq Q \leq 161\,700$	$10 + 10 \cdot \frac{161700 - Q}{161700 - 9900}$
$4950 \leq Q \leq 9900$	$20 + 10 \cdot \frac{9900 - Q}{9900 - 4950}$
$3400 \leq Q \leq 4950$	$30 + 70 \cdot \frac{4950 - Q}{4950 - 3400}$
$Q \leq 3400$	100



## Primjer interakcije

Iako će u zadatku broj čvorova uvijek iznositi 100, radi ilustracije navodimo primjer interakcije kada bi broj čvorova iznosio 4.

Izlaz	Ulaz	Napomena
? 1 2 3	0	Ne postoji brid među čvorova 1, 2, i 3
? 1 2 4	2	Postoje bridovi između 1 i 4 te 2 i 4.
? 1 3 4	2	Postoje bridovi između 1 i 4 te 3 i 4.
!		Graf je otkriven, ispisuje se matrica susjedstva.
0001		
0001		
0001		
1110		