



Drugi izborni ispit

19. svibnja 2024.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Particija	1 sekunda	512 MiB	100
Segregacija	5 sekundi	512 MiB	100
Zečevi	8 sekundi	512 MiB	100
Ukupno			300



Zadatak Particija

Particija skupa $\{1, 2, \dots, N\}$ (za neki zadani prirodni broj N) je bilo koja kolekcija nepraznih skupova takvih da se svaki broj od 1 do N pojavljuje u točno jednom od tih skupova. Na primjer, jednu particiju skupa $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ čine skupovi $\{1, 3\}$, $\{2, 4\}$ i $\{5\}$. Jedan način na koji možemo zadati particiju je koristeći niz brojeva $x_1, x_2, \dots, x_N$ ($1 \leq x_i \leq N$) tako da proglasimo da se i i j nalaze u istom skupu particije ako i samo ako vrijedi da je $x_i = x_j$. Particiju iz prethodnog primjera mogli smo zadati nizom 1, 2, 1, 2, 3, ali također i nizom poput 5, 1, 5, 1, 4.

Patricija je djevojka koja u svom vlasništvu ima dvije particije skupa $\{1, 2, \dots, N\}$. Prva od tih particija zadana je nizom $a_1, a_2, \dots, a_N$, a druga nizom $b_1, b_2, \dots, b_N$. Patriciju zanima odgovor na sljedeće pitanje: koji je najmanji broj skupova koji tvore particiju skupa $\{1, 2, \dots, N\}$, ako na raspolaganju ima skupove navedenih dviju particija.

U ovisnosti o zadanom broju $k \in \{0, 1, 2\}$ potrebno je napraviti sljedeće.

- Ako je $k = 0$, potrebno je pronaći odgovor na Patricijino pitanje.
- Ako je $k = 1$, dozvoljeno je promijeniti najviše jedan od danih $2N$ brojeva koji određuju particije. Potrebno je pronaći najmanji mogući odgovor na Patricijino pitanje nakon najviše jedne promjene. Drugim riječima, potrebno je **minimizirati najmanji** broj skupova koji tvore particiju.
- Ako je $k = 2$, dozvoljeno je promijeniti najviše jedan od danih $2N$ brojeva koji određuju particije. Potrebno je pronaći najveći mogući odgovor na Patricijino pitanje nakon najviše jedne promjene. Drugim riječima, potrebno je **maksimizirati najmanji** broj skupova koji tvore particiju.

Napomenimo da kada je $k = 1$ ili $k = 2$, nova vrijednost promijenjenog broja mora biti između 1 i N .

Pomozite Patriciji te napravite program koji rješava T ovakvih test primjera.

Ulazni podaci

U prvom su retku brojevi T i k , redom broj test primjera te parametar koji određuje vrstu zadatka.

Sljedeće opisi T test primjera.

Svaki test primjer započinje prirodnim brojem N , veličinom particije.

U sljedeća dva retka nalaze se nizovi $a_1, \dots, a_N$ te $b_1, \dots, b_N$ koji određuju particije.

Izlazni podaci

Za svaki od T test primjera u zasebni redak ispišite odgovor na traženo pitanje.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq T \leq 200\,000$, $0 \leq k \leq 2$, te $1 \leq a_i, b_i \leq N$ za sve $i = 1, 2, \dots, N$. Vrijedi da je suma vrijednosti N po svim test primjerima najviše 200 000.



Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	7	$k = 0$, $N \leq 8$, suma vrijednosti 2^N po svim test primjerima je $\leq 10^5$.
2	23	$k = 0$
3	15	$k = 1$, $N \leq 1000$, suma vrijednosti N^2 po svim test primjerima je $\leq 10^6$.
4	16	$k = 1$
5	19	$k = 2$, $N \leq 1000$, suma vrijednosti N^2 po svim test primjerima je $\leq 10^6$.
6	20	$k = 2$

Probni primjeri

ulaz

```
2 0
4
1 1 2 3
1 2 3 3
7
1 1 1 1 2 3 4
1 2 3 4 4 4 4
```

izlaz

```
2
4
```

ulaz

```
3 1
4
1 1 2 3
1 2 3 3
4
1 1 1 1
1 2 3 3
7
1 1 1 1 2 3 4
1 2 3 4 4 4 4
```

izlaz

```
2
1
2
```

ulaz

```
3 2
4
1 1 2 3
1 2 3 3
4
1 1 1 3
1 2 3 3
7
1 1 1 2 3 4 5
1 2 3 4 4 4 4
```

izlaz

```
3
3
4
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Za prvi test primjer:

Prvi niz određuje particiju na skupove $\{1, 2\}$, $\{3\}$ i $\{4\}$, a drugi na skupove $\{1\}$, $\{2\}$ i $\{3, 4\}$. Koristeći te skupove možemo napraviti particiju na dva skupa $\{1, 2\}$ i $\{3, 4\}$.

Za drugi test primjer:

Prvi niz određuje particiju na skupove $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{5\}$, $\{6\}$ i $\{7\}$, a drugi na skupove $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$ i $\{4, 5, 6, 7\}$. Bilo koja od tih particija ujedno je i optimalna.



Zadatak Segregacija

Pero ima matricu s dva retka i N stupaca. U svakom polju matrice nalazi se ili crvena ili plava kuglica. Peri je cilj presložiti kuglice u matrici na način da se sve plave kuglice nalaze „gore-lijevo“, a sve crvene „dolje-desno“. Preciznije, nakon preslagivanja ne smije postojati crvena kuglica koja se nalazi iznad ili lijevo od neke plave kuglice.

Da bi Pero postigao svoj cilj, neki broj puta će zamijeniti neke dvije susjedne kuglice. Pri tome, kuglice se smatraju susjednima ako njihova pripadna polja u matrici dijele stranicu. Peru zanima **minimalan** broj potrebnih zamjena da dođe do željenog rasporeda.

Dodatno, Pero će Q puta zamijeniti neke dvije susjedne kuglice u matrici te ga nakon svake promjene zanima odgovor za trenutno stanje matrice. Pomozite Peri te ispišite odgovor za početnu matricu te nakon svake promjene.

Ulazni podaci

U prvom su retku brojevi N i Q , broj stupaca u matrici i broj promjena koje je Pero napravio.

U sljedeća dva retka nalazi se opis Perine matrice. Svaki redak sastoji se od N znakova **C** ili **P** koji predstavljaju crvenu ili plavu kuglicu.

Svaki od sljedećih Q redaka sadrži tri prirodna broja t, x, y ($1 \leq t \leq 2, 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq N$), koji predstavljaju provedene zamjene redom. Ako je $t = 1$, zamjenjuju se susjedna polja (x, y) i $(x, y + 1)$, a ako je $t = 2$ zamjenjuju se susjedna polja (x, y) i $(x + 1, y)$. Garantirano je da se oba ta polja nalaze unutar matrice.

Izlazni podaci

Ispišite $Q + 1$ redaka. Redom za $i = 0, 1, \dots, Q$ ispišite minimalan broj potrebnih zamjena do željenog rasporeda nakon i promjena.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq N \leq 10^6$ i $0 \leq Q \leq 10^6$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	7	$N \leq 10$
2	11	Postoji najviše 10 slova C u matrici.
3	17	$N, Q \leq 500$
4	10	$N, Q \leq 5000$
5	13	$N \leq 100\,000, Q \leq 100$
6	15	Vrijedi $t = 2$ za svaku promjenu.
7	27	Nema dodatnih ograničenja.



Probni primjeri

ulaz

5 2
CPCPC
PCCPC
1 1 4
1 1 2

izlaz

3
4
5

ulaz

5 0
CPPCC
PPCCP

izlaz

4

ulaz

10 7
CCPPPCCPCP
PPPPCCCPCC
1 2 7
2 1 4
2 1 8
1 1 9
2 1 1
1 2 7
1 1 4

izlaz

8
9
10
10
9
8
7
8

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Jedan primjer optimalnog niza zamjena prije promjena je sljedeći:
 $(1, 1) \leftrightarrow (2, 1)$, $(1, 3) \leftrightarrow (1, 4)$, $(1, 4) \leftrightarrow (2, 4)$.



Zadatak Zečevi

Na brojevnom pravcu nalazi se N zečeva, i -ti zec se nalazi na poziciji x_i te na početku ima p_i energije. Svake sekunde događa se sljedeće: ako svi zečevi imaju bar jednu jedinicu energije, skaču za jedno mjesto u desno te potroše jednu jedinicu energije. Ako barem jedan zec ima nula energije, svi prestaju skakati zauvijek.

Mrkve. Mrkve su također na istom brojevnom pravcu, i -ta mrkva se nalazi na poziciji y_i i teška je t_i kilograma. Kad zec dođe na poziciju gdje se nalazi mrkva, može pojesti a kilograma te mrkve, gdje je a cijeli broj između 0 i težine te mrkve. Nakon toga tom zecu se poveća energija za a , a težina te mrkve se smanji za a kilograma.

Odredite koliko najviše sekundi zečevi mogu skakati, ukoliko na optimalan način jedu mrkve.

Ulazni podaci

U prvom retku su prirodni brojevi N i M , broj zečeva i broj mrkvi.

U sljedećih N redaka nalaze se po dva broja. U i -tom od tih redaka nalaze se brojevi x_i i p_i , početna pozicija i energija i -tog zeca.

U sljedećih M redaka nalaze se po dva broja. U i -tom od tih redaka nalaze se brojevi y_i i t_i , pozicija i početna težina i -te mrkve.

Izlazni podaci

Ispišite koliko najviše sekundi zečevi mogu skakati.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq N, M \leq 10^5$, $0 \leq x_i, y_i \leq 10^9$, $0 \leq p_i, t_i \leq 10^9$. Nijedna dva zeca te nijedne dvije mrkve nisu na istoj poziciji. Nijedan zec nije na istoj početnoj poziciji kao neka mrkva.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	9	$N = 1$
2	12	$M = 1$
3	26	$N, M \leq 1000$
4	34	$N, M \leq 50000$
5	19	Nema dodatnih ograničenja.



Probni primjeri

ulaz

3 5
2 4
7 3
9 5
3 2
8 1
10 2
6 3
1 3

izlaz

5

ulaz

5 1
2 6
3 7
5 4
1 10
7 2
8 27

izlaz

11

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Nakon prva tri skoka zečevi imaju energije redom 1, 0 i 2. Drugi zec se sada nalazi na poziciji na kojoj je mrkva težine 2 pa ju može cijelu pojesti, čime njegova energija postaje 2. Zečevi sada opet mogu napraviti jedan skok, nakon čega im energije postaju 0, 1 i 1. Prvi zec se sada nalazi na poziciji 6 na kojoj je mrkva težine 3. Nakon jedenja mrkve zečevi imaju težine 3, 1 i 1 pa mogu napraviti još jedan skok. Ukupan broj napravljenih skokova je pet. Moguće je pokazati da je nemoguće postići da zečevi naprave šest skokova.