Drugi izborni ispit

31. svibnja 2026.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Atomi	2 sekunde	512 MiB	100
Oblaci	2 sekunde	512 MiB	100
Zbrajanje	2 sekunde	512 MiB	100
Ukupno			300

Zadatak Atomi

U redu se nalazi N atoma. Atom i je i-ti slijeva, ima masu w_i i na početku se kreće ulijevo ili udesno.

Svi se atomi istovremeno počnu kretati u svojim početnim smjerovima. Susjedni su atomi jednako udaljeni, a svi se atomi kreću jednakom stalnom brzinom.

Kada se sudare dva atoma masa x i y, dogodi se nuklearna fuzija i oni se spoje u jedan novi atom mase $x + y$. Novi atom nastavlja se kretati u smjeru težeg od dva atoma koja su se sudarila. Ako su njihove mase jednake, novi se atom kreće udesno.

Nakon dovoljno mnogo vremena više neće biti sudara. Preostale atome tada možemo podijeliti na one koji se kreću ulijevo i one koji se kreću udesno. Zanima nas ukupna masa atoma iz prve skupine i ukupna masa atoma iz druge skupine.

Potrebno odgovoriti na Q upita. U i-tom upitu zadana su dva broja l_i i r_i, a treba odgovoriti na isto pitanje kada bismo promatrali samo atome $l_i, l_i + 1, \ldots, r_i$.

Za svaki upit ispišite ukupnu masu atoma koji bi se na kraju kretali ulijevo i ukupnu masu atoma koji bi se na kraju kretali udesno.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj N, broj atoma.

U i-tom od sljedećih N redaka nalazi se prirodan broj w_i i znak c_i, masa i početni smjer i-tog atoma. Znak c_i jednak je `L` ako se atom na početku kreće ulijevo, odnosno `R` ako se kreće udesno.

U sljedećem je retku prirodan broj Q, broj upita.

U i-tom od sljedećih Q redaka nalaze se dva prirodna broja l_i i r_i, rubovi podniza atoma iz i-tog upita.

Izlazni podaci

Za svaki upit ispišite dva cijela broja: ukupnu masu atoma koji će se na kraju kretati ulijevo te ukupnu masu atoma koji će se na kraju kretati udesno.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \le N \le 3 \cdot 10^5$, $1 \le Q \le 3 \cdot 10^5$, $1 \le w_i \le 10^9$ i $1 \le l_i \le r_i \le N$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	$N, Q \le 1\,000$
2	9	$l_i = 1$ za svaki upit i.
3	10	Točno jedan atom na početku se kreće udesno.
4	24	Postoji $0 \le k \le N$ takav da se atomi $1, \ldots, k$ kreću udesno, a atomi $k + 1, \ldots, N$ ulijevo.
5	21	$N \le 3 \cdot 10^4$
6	25	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
5
5 L
2 R
4 L
7 R
1 L
5
1 5
1 3
2 5
3 4
4 5
```

izlaz

```
11 8
11 0
6 8
4 7
0 8
```

ulaz

```
6
5 R
2 R
4 R
3 L
6 L
1 L
4
1 6
2 5
1 3
4 6
```

izlaz

```
0 21
0 15
0 11
10 0
```

ulaz

```
7
7 L
1 R
1 L
8 R
3 L
3 R
5 L
5
1 7
2 3
4 7
5 6
6 7
```

izlaz

```
7 21
0 2
0 19
3 3
8 0
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

U prvom upitu promatramo svih pet atoma. Drugi i treći atom spoje se u atom mase 6 koji se kreće ulijevo, a četvrti i peti atom spoje se u atom mase 8 koji se kreće udesno. Prvi atom nastavlja se kretati ulijevo, pa je odgovor 11 i 8.

U četvrtom upitu promatramo treći i četvrti atom. Budući da se oni kreću u suprotnim smjerovima jedan od drugoga, neće se sudariti, pa je odgovor 4 i 7.

Zadatak Oblaci

Na nebu se nalazi N oblaka. Oblak i opisan je trima cijelim brojevima t_i, l_i i v_i koji predstavljaju redom vrijeme dolaska, duljinu i brzinu.

U trenutku t_i oblak i pokriva interval $[-l_i, 0]$. Nakon toga kontinuirano se kreće udesno stalnom brzinom v_i po sekundi. Drugim riječima, u trenutku $s \geq t_i$ oblak i pokriva interval $[v_i(s - t_i) - l_i, v_i(s - t_i)]$.

Za svaki cijeli broj x takav da vrijedi $0 \leq x \leq M$ odredite koliko je ukupno sekundi točka x bila pokrivena barem jednim oblakom.

Ulazni podaci

U prvom se retku nalaze prirodni brojevi N i M, broj oblaka i najveća točka koja nas zanima.

U i-tom od sljedećih N redaka nalaze se tri cijela broja t_i, l_i i v_i, opis i-tog oblaka.

Izlazni podaci

Ispišite $M + 1$ brojeva: za svaku točku $0, 1, \ldots, M$, redom, ukupno vrijeme u sekundama tijekom kojeg je ta točka bila pokrivena barem jednim oblakom.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq N \leq 5\,000$, $1 \leq M \leq 10^6$, $0 \leq t_i \leq 10^6$, $1 \leq l_i \leq 10^6$ i $1 \leq v_i \leq 2$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	16	$M, t_i, l_i \leq 5\,000$
2	12	$v_i = 1$ za svaki oblak i.
3	37	$N \leq 10$ i $M, t_i, l_i \leq 10^5$
4	35	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3 10
0 3 1
4 5 2
5 4 1
```

izlaz

```
8
8.5
9
9
8.5
8
7.5
7
7
7.5
8
```

ulaz

```
6 10
5 1 1
6 1 1
5 1 1
5 3 2
0 6 2
10 1 2
```

izlaz

```
5.5
6
6.5
7
7
7
7
6.5
6.5
6.5
6.5
```

ulaz

```
1 1
1 50 2
```

izlaz

```
25
25
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Točku 0 prvi oblak pokriva od trenutka 0 do trenutka 3. Drugi oblak do nje dolazi u trenutku 4, a prolazi je u trenutku 6.5. Treći oblak do nje dolazi u trenutku 5, a prolazi je u trenutku 9. Ukupno je točka 0 pokrivena 8 sekundi.

Zadatak Zbrajanje

Uz neki niz $a = (a_1, a_2, \dots, a_k)$ povezujemo skup S_a. Elementi tog skupa su sve uređene k-torke $(x_1, x_2, \dots, x_k)$ za koje vrijedi $0 \leq x_i < a_i$ za svaku koordinatu i.

Za dvije uređene k-torke $x = (x_1, x_2, \dots x_k)$ i $y = (y_1, y_2, \dots y_k)$ iz skupa S_a definiramo njihov **zbroj u skupu** S_a. To je uređena k-torka $z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ iz skupa S_a takva da je svaka koordinata z_i jednaka ostatku pri dijeljenju broja $x_i + y_i$ brojem a_i.

Ponekad je zbrajanje u različitim skupovima slično. Za nizove a i b kažemo da su **slični** ako elemente skupova S_a i S_b možemo upariti tako da svakom elementu skupa S_a odgovara točno jedan element skupa S_b i da se svaki element skupa S_b pojavi točno jednom. Osim toga, to uparivanje mora poštovati zbrajanje.

Označimo jedno takvo uparivanje s H. Kažemo da H poštuje zbrajanje ako vrijedi sljedeće: kada je z zbroj elemenata x i y u skupu S_a, tada je $H(z)$ zbroj elemenata $H(x)$ i $H(y)$ u skupu S_b, za svaki izbor x i y iz skupa S_a. Primijetite da nizovi a i b ne moraju nužno biti iste duljine.

Dobili ste niz $n_1, \dots, n_N$ od N brojeva te Q upita.

Dva su tipa upita gdje vas jedan tip traži da promijenite neki n_i u novu vrijednost, a drugi da provjerite sličnost neka dva podniza danog niza.

Ulazni podaci

U prvom je retku broj N, duljina niza.

U drugom je retku N brojeva $n_1, \dots n_N$.

U trećem je retku broj Q, broj upita.

U svakom od sljedećih Q redaka nalazi se upit u jednom od sljedećih oblika:

- $1\ i\ x$ – promijenite n_i u x
- $2\ l_1\ r_1\ l_2\ r_2$ – provjerite sličnost podnizova $(n_{l_1}, \dots, n_{r_1})$ i $(n_{l_2}, \dots, n_{r_2})$

Izlazni podaci

Za svaki upit tipa 2 ispišite DA ako su podnizovi slični, odnosno NE ako nisu.

Bodovanje

U svim podzadacima brojevi N i Q su prirodni i vrijedi $1 \leq N, Q \leq 3 \cdot 10^5$, svi brojevi n_i i sve nove vrijednosti x u upitima prvog tipa su prirodni brojevi manji ili jednaki 10^6, za svaki upit prvog tipa vrijedi $1 \leq i \leq N$, a za svaki upit drugog tipa vrijedi $1 \leq l_1 \leq r_1 \leq N$ i $1 \leq l_2 \leq r_2 \leq N$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	17	U svakom trenutku će svi n_i-evi biti prosti brojevi.
2	14	U svakom trenutku će svi n_i-evi biti potencije broja 2.
3	33	$Q = 1$
4	36	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
6
2 3 2 5 3 2
1
2 1 4 3 6
```

izlaz

```
DA
```

ulaz

```
3
2 3 6
4
2 1 2 3 3
1 2 2
1 3 4
2 1 2 3 3
```

izlaz

```
DA
NE
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera:

Nizovi $(2, 3)$ i (6) su slični. Jedno uparivanje koje zadovoljava uvjete za sličnost zadano je na sljedeći način:

$$H((0,0)) = (0)$$
$$H((1,1)) = (1)$$
$$H((0,2)) = (2)$$
$$H((1,0)) = (3)$$
$$H((0,1)) = (4)$$
$$H((1,2)) = (5)$$

Može se pokazati da nizovi $(2, 2)$ i (4) nisu slični.