

| ZADATAK                | DUŽINE           | KUGLE | MRAVI | OKRET | ŠIBICE | SLIČICE | SRETAN | TROKUT | VIŠEKRAVNICI |
|------------------------|------------------|-------|-------|-------|--------|---------|--------|--------|--------------|
| ulazni podaci          | standardni ulaz  |       |       |       |        |         |        |        |              |
| izlazni podaci         | standardni izlaz |       |       |       |        |         |        |        |              |
| vremensko ograničenje  | 0.5 s            | 1 s   | 0.5 s | 1 s   | 1.5 s  | 0.5 s   | 1.5 s  | 0.5 s  | 2.5 s        |
| memorijsko ograničenje | 256 MB           |       |       |       |        |         |        |        |              |

Mali Luka voli crtati črčkarije po svojoj bilježnici za vrijeme sata kemije. List papira u njegovoj bilježnici možemo zamisliti kao koordinatnu ravninu.

Ovaj put Luka je nacrtao  $N$  dužina paralelnih s  $y$  osi, tako da se sve nalaze na različitim  $x$  koordinatama. Dužine su označene brojevima od 1 do  $N$ , uzlazno po  $x$  koordinati.

Luka sad želi nacrtati još jednu dužinu  $AB$  koja će sjeći svih  $N$  dužina kako bi njegova črčkarija nalikovala na riblju kost.

Luka ne zna kako pronaći takvu dužinu, pa je odlučio to napraviti slučajnim odabirom.

Naime, točku  $A$  će postaviti negdje na dužinu 1, a točku  $B$  negdje na dužinu  $N$ .

Prilikom slučajnog odabira sve točke na dužini imaju jednaku vjerojatnost odabira. Preciznije, točke  $A$  i  $B$  Luka bira nezavisno, i to svaku uniformno iz odgovarajuće dužine.

Napišite program koji će odrediti vjerojatnost da će dužina  $AB$  dirati svaku od  $N$  nacrtanih dužina.

### **ULAZNI PODACI**

U prvom retku nalazi se prirodni broj  $N$  ( $2 \leq N \leq 1000$ ), broj dužina.

U svakom od sljedećih  $N$  redaka nalaze se po tri prirodna broja  $x$ ,  $y_1$  i  $y_2$  ( $1 \leq x \leq 1000$ ,  $1 \leq y_1 < y_2 \leq 1000$ ) koordinate dužine paralelne s  $y$  osi. Dužine su na ulazu dane redom po oznakama, tj. uzlazno po  $x$  koordinati.

### **IZLAZNI PODACI**

U prvi i jedini red ispišite vjerojatnost da će dužina  $AB$  dirati svaku od  $N$  nacrtanih dužina. Vjerojatnost je realan broj između 0 i 1. Dozvoljeno je apsolutno odstupanje za  $10^{-6}$  od točnog rješenja.

### **PRIMJERI TEST PODATAKA**

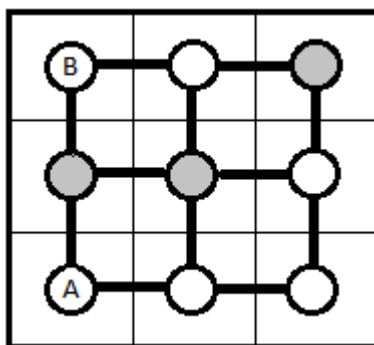
|              |              |
|--------------|--------------|
| <b>ulaz</b>  | <b>ulaz</b>  |
| 3            | 5            |
| 1 10 20      | 1 10 40      |
| 3 20 30      | 2 20 30      |
| 5 30 40      | 500 10 40    |
| <b>izlaz</b> | 999 20 30    |
| 1.0000000000 | 1000 10 40   |
|              | <b>izlaz</b> |
|              | 0.1113340020 |

Mirko i Slavko idu u četvrti razred gimnazije i bore se za titulu najboljeg matematičara u školi. Osim matematike Mirko se još u slobodno vrijeme bavi informatikom, a Slavko fizikom.

Kako su obojica imala sto posto riješene sve ispite iz matematike tokom školske godine, profesorica im je odlučila zadati jedan težak zadatak, a onaj tko ponudi precizniji odgovor nosit će titulu najboljeg matematičara škole. Zadatak je sljedeći:

Dana je ploča sa R redaka i S stupaca ( $R \times S$  polja), takva da su središta susjednih polja povezana ulegnućima kako je prikazano na slici, a ispod nekih polja se nalazi i magnet. Na ploču se postave dvije kugle (A i B) koje se kreću na sljedeći način:

- Kugle se kreću samo po ulegnućima. Potrebna je jedna sekunda kako bi kugla ulegnućem došla od središta jednog polja do središta susjednog polja.
- Kugla A je staklena kugla koja se svake sekunde s bilo kojeg polja na ploči nasumično pomakne po nekom ulegnuću na susjedno polje. Jednako je vjerojatno da će otići u bilo kojem smjeru.
- Kugla B u sebi ima magnet koji se odbija od drugih magneta postavljenih ispod određenih polja na ploči. Ta kugla se svake sekunde s bilo kojeg polja na ploči pomakne ulegnućem na susjedno polje u onom smjeru u kojem uopće nema magneta. Ako u svakom smjeru postoji magnet, tada se pomiče u onom smjeru u kojem je prvi magnet najdalji. Ako ima više ravnopravnih smjerova, jednako je vjerojatno da će otići u bilo kojem od njih.



Na slici je prikazan primjer ploče sa tri retka i tri stupca. Ispod sivih polja nalazi se magnet, a slovima su označene početne pozicije kugli. Ako su magneti i kugle raspoređene kao na slici, koliko je vjerojatno da će se u prvih 10 sekundi kugle sudariti, tj. pomaknuti se u istoj sekundi na isto polje ili se sresti na ulegnuću?

Slavko je odlučio zadatak riješiti mjerenjem, tako da 1000 puta postavi kugle A i B (u mjerenju koristi plastične umjesto staklenih) na odgovarajuća polja prethodno pripremljene ploče i pričekava 10 sekundi te utvrditi u koliko mjerenja bi se kugle sudarile. Vjerojatnost sudara je izračunao tako da broj slučajeva kad se kugle sudare unutar zadanog vremena podijeli sa ukupnim brojem slučajeva. Za njegovo rješenje je čuo Mirko, ali on zna da metodom pokušaja i mjerenja **neće dobiti dovoljno precizan odgovor** te je odlučio napisati program koji će mu dati vrlo precizan odgovor (na 4 decimale) i time osigurati titulu najboljeg matematičara.

Napišite i Vi program poput Mirka i zaradite još jedan bod na natjecanju.

### **ULAZNI PODACI**

U prvom retku nalaze se tri broja R, S i T. R predstavlja broj redova ploče, S broj stupaca ( $2 \leq R, S \leq 10$ ), a T broj sekundi koliko se kugle kreću ( $1 \leq T \leq 1000$ ).

U drugom redu se nalaze četiri broja ( $A_r, A_s, B_r, B_s$ ) koja predstavljaju početne pozicije kugli A i B ( $1 \leq A_r, B_r \leq R, 1 \leq A_s, B_s \leq S$ ).

U sljedećih R redova nalazi se po S znakova. Znak 'P' predstavlja polje bez magneta, a znak 'M' polje s magnetom.

### **IZLAZNI PODACI**

U prvi i jedini red ispišite vjerojatnost sudara kugli u danom periodu.

Vjerojatnost je realan broj između 0 i 1. Dozvoljeno je apsolutno odstupanje za 0.0001 od točnog rješenja.

### **PRIMJERI TEST PODATAKA**

|   |  |  |
|---|--|--|
| <b>ulaz</b><br>2 2 1<br>1 1 1 2<br>PP<br>MP<br><br><b>izlaz</b><br>0.25 | <b>ulaz</b><br>2 3 1<br>1 1 1 3<br>PPP<br>PPM<br><br><b>izlaz</b><br>0.5 | <b>ulaz</b><br>2 2 2<br>1 1 2 2<br>PP<br>PP<br><br><b>izlaz</b><br>.75 |
|---|--|--|

Tlocrt jednog nivoa podzemnog dijela mravinjaka može se zamisliti kao mreža od **R** redaka i **S** stupaca. Svako polje u mreži je ili slobodno ili zauzeto zidom. Dva slobodna polja smatramo povezanima ako je moguće doći od jednog do drugog nizom koraka gdje je svaki korak pomak na susjedno slobodno polje gore, dolje, lijevo ili desno.

*Prostorija* je grupa povezanih slobodnih polja koja je u svakom dijelu široka barem 2 polja. Preciznije rečeno, prostorija se definira kao skup slobodnih polja uz sljedeće uvjete:

- Ona sadrži barem 4 slobodna polja koja čine kvadrat 2 stupca širine i 2 retka visine.
- Kada bismo na ta 4 polja postavili figuru dimenzija 2x2, tada istoj prostoriji pripadaju točno ona slobodna polja do kojih se može doći pomicanjem te figure samo po slobodnim poljima gore, dolje, lijevo ili desno.

Primijetite da je moguće da se isto polje nalazi u više različitih prostorija. Na primjer, u sljedećem mravinjaku postoje dvije prostorije, svaka veličine 4, a središnje polje pripada objema:

```
# . .  
: : :  
. . #
```

Dvije prostorije su *direktno povezane* ako se pomacima po slobodnim poljima gore, dolje, lijevo i desno može doći od nekog polja jedne do nekog polja druge bez da se prođe preko polja neke treće prostorije. Naravno, ako dvije prostorije imaju neko polje zajedničko onda su također direktno povezane. Primijetite da **nije moguće da se neko polje nalazi u više od dvije prostorije**.

Napišite program koji će pronaći sve prostorije te svakoj odrediti veličinu (broj polja koje sadrži) te broj prostorija sa kojima je direktno povezana.

### ULAZNI PODACI

U prvom retku nalaze se dva prirodna broja **R** i **S** ( $2 \leq R, S \leq 100$ ), broj redaka i broj stupaca u mravinjaku. U svakom od sljedećih **R** redaka nalazi se niz od **S** znakova koji označava jedan red mravinjaka. Slobodna polja označena su znakom '.' (točka) a zidovi znakom '#'.  
**Napomena:** Ulazni podaci će biti takvi da će u mravinjaku uvijek postojati barem jedna prostorija.

### IZLAZNI PODACI

Potrebno je ispisati onoliko redaka koliko ima prostorija u zadanom mravinjaku. Za svaku prostoriju potrebno je u jedan redak ispisati dva prirodna broja odvojena razmakom: veličinu prostorije te broj prostorija sa kojima je direktno povezana.

Prostorije je potrebno ispisati redom od najveće prema najmanjoj. Za prostorije iste veličine potrebno je prvo ispisati onu s više direktno povezanih prostorija.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

|  |   |
|--|---|
| <pre>ulaz 3 3 #.. ... ..#  izlaz 4 1 4 1</pre> | <pre>ulaz 7 8 #..#.... ....##.. ##.#.... ##.....# #.#..#.. ..... .##.....  izlaz 16 2 6 2 6 1 4 1</pre> |
|--|---|

U tekst procesoru je zadan niz od  $N$  znakova. U svakom od  $M$  koraka Mirko odabere dva broja  $A$  i  $B$  te okrene podniz koji se sastoji od svih znakova između pozicije  $A$  (uključivo) i pozicije  $B$  (uključivo). Podniz okrene tako da prvi znak u podnizu zamijeni sa zadnjim, drugi sa predzadnjim i tako dalje. U nizu su pozicije označene brojevima od 1 do  $N$ .

Napišite program koji će odrediti konačno stanje niza nakon svih okreta.

### **ULAZNI PODACI**

U prvom retku nalazi se početni niz. Niz će se sastojati od malih slova engleske abecede, te će njegova duljina  $N$  biti manja ili jednaka od 2,500,000. U sljedećem retku nalazi se prirodni broj  $M$  ( $1 \leq M \leq 2,500$ ), broj koraka. U svakom od sljedećih  $M$  redaka nalaziti će se dva prirodna broja  $A$  i  $B$  ( $1 \leq A \leq B \leq N$ ), koji opisuju jedan korak.

### **IZLAZNI PODACI**

U prvi i jedini redak potrebno je ispisati niz nakon svih okreta.

### **PRIMJERI TEST PODATAKA**

|              |                     |
|--------------|---------------------|
| <b>ulaz</b>  | <b>ulaz</b>         |
| lukakuka     | kukulelebodumepcele |
| 3            | 5                   |
| 1 4          | 3 7                 |
| 5 8          | 10 12               |
| 1 8          | 2 10                |
| <b>izlaz</b> | 5 18                |
| kukaluka     | 5 15                |
|              | <b>izlaz</b>        |
|              | kubeeludomepcelluke |

Mirko je pronašao hrpu žetona i šibica. Žetone je posložio u pravilnu pravokutnu mrežu od R redova i S stupaca.

Za dva žetona kažemo da su susjedni ako se nalaze u istom ili susjednom redu, te u istom ili susjednom stupcu. Dakle, svaki žeton može imati najviše 8 susjednih žetona.

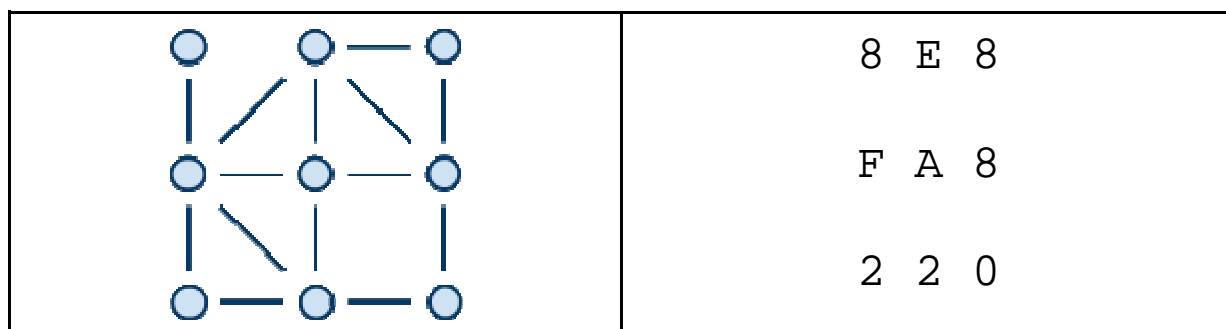
Zatim je između nekih susjednih žetona postavio šibice. Kažemo da su dva žetona povezana ako postoji put koji vodi od prvog do drugog žetona preko jedne ili više šibica. Mirko je šibice postavio tako da je svaki par žetona povezan i da se nijedne dvije šibice međusobno ne sijeku.

Na donjem primjeru vidimo devet žetona i šibice koje ih povezuju.

Kako bi jedinstveno zapisali pozicije šibica, za svaki žeton odredit ćemo 4-bitni broj na sljedeći način:

- Bit težine 1 označava šibicu prema gornjem desnom susjednom žetonu.
- Bit težine 2 označava šibicu prema desnom susjednom žetonu.
- Bit težine 4 označava šibicu prema donjem desnom susjednom žetonu.
- Bit težine 8 označava šibicu prema donjem susjednom žetonu.

Pozicije šibica možemo konačno zapisati kao  $R \times S$  matricu heksadekadskih znamenaka koje dobijemo pretvaranjem odgovarajućih 4-bitnih brojeva.



Napišite program koji će izračunati na koliko načina Mirko može premjestiti šibicu na neku drugu poziciju tako da je svaki par žetona i dalje povezan te da se šibice i dalje međusobno ne sijeku.



---

---

### **ULAZNI PODACI**

U prvom redu nalaze se dva broja  $R$  i  $S$  ( $2 \leq R, S \leq 100$ ), broj redova i stupaca pravokutne mreže žetona.

U sljedećih  $R$  redova nalazi se po  $S$  heksadekaskih znamenki. Znakovi '0'-'9' predstavljaju brojeve od 0 do 9, a znakovi 'A'-'F' brojeve od 10 do 15.

### **IZLAZNI PODACI**

U prvi i jedini red ispišite ukupan broj načina na koji je moguće premjestiti jednu šibicu tako da su žetoni međusobno povezani, a da se šibice ne sijeku.

### **PRIMJERI TEST PODATAKA**

|              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|
| <b>ulaz</b>  | <b>ulaz</b>  | <b>ulaz</b>  |
| 2 2          | 3 2          | 3 3          |
| 20           | 88           | 8E8          |
| 30           | 88           | FA8          |
| <b>izlaz</b> | 20           | 220          |
| 5            | <b>izlaz</b> | <b>izlaz</b> |
|              | 20           | 43           |

Mario skuplja sličice Životinjskog Carstva.

On svake večeri lista svoj album i zapisuje redne brojeve sličica koje mu nedostaju, odvojene znakom zarezom '!'.  
Ponekad umjesto niza uzastopnih sličica koje mu nedostaju zapiše samo oznake prve i zadnje sličice, odvojene znakom minusa '-'.  
Na primjer, ako Mario na papir zapiše "1,3,4,5,115-120", to znači da mu nedostaju sličice s rednim brojevima 1, 3, 4, 5, 115, 116, 117, 118, 119 i 120.

Kako je Mario vrlo nespretan, a broj sličica u albumu je jako velik, događa mu se da često neku sličicu zapiše više puta ili da slučajno doda vodeće nule ispred nekog broja.

Napišite program koji će na temelju Marijevog zapisa pronaći niz s minimalnim brojem znakova koji predstavlja sličice koje Mariju nedostaju.

### **ULAZNI PODACI**

U prvom redu nalazi se niz znakova, Marijev zapis. Niz ima najviše 500000 znakova, a jedini znakovi koji se pojavljuju u nizu su dekadске znamenke, zarezi i minusi.

Zapis će biti u pravilan, to jest, u skladu s tekstom zadatka.

**Napomena:** Redni brojevi sličica mogu biti jako veliki.

### **IZLAZNI PODACI**

U prvi i jedini red ispišite najkraći mogući niz znakova koji predstavlja sličice koje nedostaju Mariju. Ukoliko postoji više najkraćih nizova, odaberite onaj koji ima najmanje znakova zarezom '!'. Ukoliko i dalje postoji više nizova, odaberite bilo koji.

### **PRIMJERI TEST PODATAKA**

**ulaz**

1,1,2,3,5,500,20-35,25-40,00500,0123456789009876543210

**izlaz**

500,20-40,1-3,5,123456789009876543210

Niz duljine  $N$  je sretan ako i samo ako apsolutne razlike njegovih susjednih elemenata poprimaju sve vrijednosti od 1 do  $N-1$ . Na primjer, niz (1, 3, 4, 2) nije sretan jer su mu apsolutne razlike susjednih elemenata redom (2, 1, 2) – nedostaje mu broj 3. S druge strane, niz (3, 1, 4, 3) je sretan jer su mu apsolutne razlike susjednih elemenata (2, 3, 1) – svi brojevi od 1 do 3.

Jednog jutra, niz Ivo probudio se nesretan. Vi mu možete pomoći – smijete točno jedan njegov element zamijeniti nekim drugim **cijelim** brojem te tako usrećiti Ivu!

### ULAZNI PODACI

U prvom redu nalazi se broj  $N$  – broj elemenata niza. Niz će imati najmanje 2 elementa i najviše 1 000 000 elemenata i **bit će nesretan**.

U drugom redu nalazi se  $N$  **prirodnih brojeva** koji označavaju elemente niza. Svaki element niza bit će manji ili jednak 1 000 000.

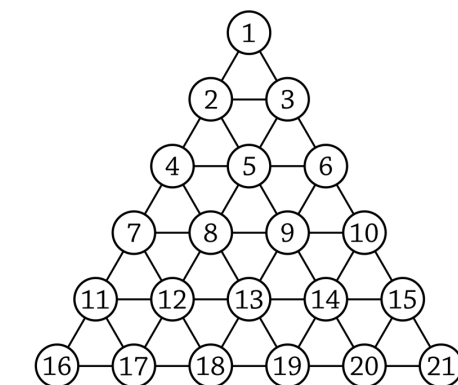
### IZLAZNI PODACI

U prvi red ispišite broj načina  $K$  na koji možete usrećiti Ivu. U svakom od sljedećih  $K$  redaka ispišite dva broja: prvi je pozicija elementa kojeg želite promijeniti (od 1 do  $N$ ), a drugi broj označava novi broj na toj poziciji, koji može biti bilo koji cijeli broj. Redoslijed nije bitan.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

|  |   |  |
|--|---|--|
| <b>ulaz</b><br>4<br>1 3 5 3<br><br><b>izlaz</b><br>2<br>2 2<br>2 4 | <b>ulaz</b><br>3<br>1 1 2<br><br><b>izlaz</b><br>4<br>1 -1<br>1 3<br>2 0<br>2 3 | <b>ulaz</b><br>4<br>1 3 3 5<br><br><b>izlaz</b><br>4<br>2 0<br>2 4<br>3 2<br>3 6 |
|--|---|--|

Ako poredamo sve prirodne brojeve tako da u prvom redu zapišemo jedan broj, u sljedećem dva te u svakom sljedećem po jedan više, dobit ćemo geometrijsku strukturu kakva je prikazana na slici.



... ..

Unutar ove strukture možemo prepoznati pravilne trokute. *Pravilan trokut* je definiran sa tri broja koji u ovoj strukturi čine vrhove trokuta uz sljedeće uvijete:

1. Stranice tog trokuta su jednake duljine.
2. Stranice tog trokuta su paralelne sa vezama između brojeva 1, 2 i 3.

Na primjer, brojevi 4, 6 i 13 čine pravilan trokut, dok brojevi 2, 6 i 8 ne čine pravilan trokut jer njegove stranice nisu paralelne sa vezama između brojeva 1, 2 i 3.

Napišite program koji za zadana dva broja, pronalazi treći broj tako ta tri broja čine pravilan trokut.

### ULAZNI PODACI

U prvom i jedinom retku nalaze se dva prirodna broja A i B,  $1 \leq A, B \leq 500\,000\,000$ ,  $A \neq B$ .

### IZLAZNI PODACI

U prvom i jedinom retku potrebno je ispisati brojeve međusobno odvojene razmakom koji označavaju moguće pozicije trećeg vrha.

Ako ima više takvih brojeva, potrebno ih je ispisati poredano od manjeg prema većem.

Ako ne postoji nijedan takav broj, potrebno je ispisati „nema“.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

|              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|
| <b>ulaz</b>  | <b>ulaz</b>  | <b>ulaz</b>  |
| 2 6          | 2 9          | 6 4          |
| <b>izlaz</b> | <b>izlaz</b> | <b>izlaz</b> |
| nema         | 7            | 1 13         |

Zadan je niz prirodnih brojeva. Pronađite duljinu najduljeg **rastućeg** podniza u kojem je svaki broj višekratnik prethodnog broja.

### **ULAZNI PODACI**

U prvom redu nalazi se cijeli broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 100000$ ), duljina niza.

U svakom od sljedećih  $N$  redova nalazi se po jedan prirodni broj manji od 1000000, redom brojevi promatranog niza.

### **IZLAZNI PODACI**

U prvi i jedini red ispišite duljinu najduljeg rastućeg podniza u kojem je svaki broj višekratnik prethodnog broja.

### **PRIMJERI TEST PODATAKA**

|              |              |
|--------------|--------------|
| <b>ulaz</b>  | <b>ulaz</b>  |
| 5            | 5            |
| 1            | 3            |
| 2            | 9            |
| 3            | 6            |
| 4            | 3            |
| 5            | 15           |
| <b>izlaz</b> | <b>izlaz</b> |
| 3            | 2            |