



## HRVATSKI SAVEZ INFORMATIČARA

### Natjecanje timova studenata informatičara hrvatskih sveučilišta

Zagreb, Osijek, Rijeka, Pula

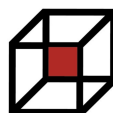
12. prosinca 2021.

#### Zadaci

A: Aromatična avantura . . . . .	1
B: Bratski brojevi . . . . .	2
C: Cjelobrojne crte . . . . .	3
D: Drvene dašćice . . . . .	4
E: Ekscentrična enkripcija . . . . .	6
F: Fleksibilan fikus . . . . .	7
G: Grozne granice . . . . .	8
H: Hrskave hrstule . . . . .	10
I: Idilična ivica . . . . .	12
J: Još jači . . . . .	14



Ministarstvo  
znanosti i  
obrazovanja



HRVATSKA  
ZAJEDNICA  
TEHNIČKE  
KULTURE



## Zadatak A: Aromatična avantura

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Gospodin Malnar uživa u šetnjama te ga stoga zanima šetnja kroz mirisne gradske vrtove. Gradske vrtove možemo zamisliti kao graf gdje su vrtovi označeni brojevima od 1 do  $n$ . Između njih postoji točno  $m$  neusmjerenih jedinstvenih bridova. Također znamo da vrt označen brojem  $i$  ima koeficijent aromatičnosti  $A_i$ .

A svima je već poznato, da bi šetnja bila avanturistična, aromatičnost mora imati svoje uspone i padove tj. ako sa  $v_1, v_2, \dots, v_k$  označimo vrtove posjećene u šetnji (koji nisu nužno različiti), mora vrijediti  $A_{v_1} < A_{v_2} > A_{v_3} < A_{v_4} \dots$

Sada Gospodina Malnara zanima do kojih sve vrtova može doći avanturističkom šetnjom krećući iz vrta 1 (moguće je da šetnja Gospodina Malnara odmah i završi u tom vrtu).

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $n$  ( $1 \leq n \leq 3 \cdot 10^5$ ) i  $m$  ( $1 \leq m \leq 3 \cdot 10^5$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećem retku nalazi se  $n$  brojeva od kojih je  $i$ -ti  $A_i$  ( $1 \leq A_i \leq 10^9$ ).

U  $i$ -tom od sljedećih  $m$  redaka nalaze se po dva broja  $u_i$  te  $v_i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq n, v_i \neq u_i$ ) koji označavaju da su vrtovi  $u_i$  te  $v_i$  spojeni bridom.

### Izlazni podaci

U prvom retku potrebno je ispisati broj  $k$ , broj vrtova do kojih Gospodin Malnar može doći.

U sljedećem retku potrebno je ispisati  $k$  brojeva u rastućem poretku, oznake vrtova do kojih Gospodin Malnar može doći.

### Probni primjeri

**ulaz**

```
5 7
3 5 3 1 3
2 1
4 1
3 1
2 3
5 3
4 3
4 5
```

**izlaz**

```
3
1 2 3
```

**ulaz**

```
6 6
4 6 3 6 6 10
4 6
3 1
4 2
2 1
5 1
4 3
```

**izlaz**

```
3
1 2 5
```



## Zadatak B: Bratski brojevi

Vremensko ograničenje: 1.5 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Skup brojeva nazivamo *bratskim* ako postoji broj  $p > 1$  takav da  $p$  dijeli sve brojeve tog skupa. Gospodin Malnar na poklon dobio je permutaciju  $P$ , brojeva od 1 do  $n$ , koja je malo predugačka, stoga će zato od nje ostaviti samo prvih nekoliko brojeva.

Kako Gospodin Malnar obožava *bratske* skupove, zanima ga za svaki prefiks permutacije  $P$  koliko sadrži nepraznih *bratskih* podskupova. Svi znamo da Gospodin Malnar ima važnijeg posla od brojanja podskupova, pa vas je zamolio da mu pomognete. Zato što su ti brojevi preveliki, zanimaju ga samo modulo 998 244 353.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $n$  ( $1 \leq n \leq 3 \cdot 10^5$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećem retku nalazi se  $n$  brojeva od kojih je  $i$ -ti  $P_i$ , tj.  $i$ -ti broj permutacije  $P$ .

### Izlazni podaci

Potrebno je ispisati  $n$  redaka. U  $i$ -tom retku potrebno je ispisati ostatak pri dijeljenju broja *bratskih* podskupova u prefiksu duljine  $i$  s 998 244 353.

### Probni primjeri

ulaz

5  
2 3 1 4 5

izlaz

1  
2  
2  
4  
5

ulaz

6  
1 5 6 2 3 4

izlaz

0  
1  
2  
4  
6  
10



## Zadatak C: Cjelobrojne crte

Vremensko ograničenje: 5 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Gospodin Malnar napravio je pizzu na kojoj se nalazi  $n$  papričica, gdje su koordinate  $i$ -te papričice  $(x_i, y_i)$ . Pizzu možemo zamisliti kao kvadrat od točke  $(0, 0)$  do točke  $(m, m)$ . Sada bi htio podijeliti tu pizzu za svojim prijateljem Ivanom.

Gospodin Malnar će pizzu rezati po određenom pravcu. Dodatno, pravac smatra *cjelobrojni* ako se može zapisati kao  $y = ax + b$  gdje su  $a$  i  $b$  cijeli brojevi. Kako bi pravedno podijelio pizzu s Ivanom, potrebno je odabrati takav cjelobrojni pravac da je broj papričica s obje strane pravca jednak te naravno da pravac ne prolazi ni jednom papričicom.

Kako biste im pomogli, ispište koliko postoji takvih pravaca, odnosno  $-1$  ako ih postoji beskonačno.

### Ulazni podaci

U prvom retku je broj  $T$  ( $1 \leq t \leq 10^4$ ). Slijedi  $T$  test primjera.

U svakom od njih su u prvom retku brojevi  $n$  i  $m$  ( $2 \leq n \leq 10^6$ ),  $n$  je paran, ( $1 \leq m \leq 10^5$ ). U sljedećih  $n$  redaka su koordinate papričica  $x_i$  te  $y_i$  ( $0 \leq x_i, y_i < m$ ).

Zbroj  $n$  po svim test primjerima manji je ili jednak  $10^6$  i zbroj  $m$  po svim test primjerima manji je ili jednak  $10^5$ .

### Izlazni podaci

Potrebno je za svaki primjer ispisati broj takvih pravaca, odnosno  $-1$  ako ih je beskonačno.

### Probni primjeri

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
1	1	1
2 2	6 6	6 10
0 1	2 0	0 0
1 0	2 1	5 0
	0 3	5 0
<b>izlaz</b>	4 3	4 9
	1 4	9 9
-1	3 5	9 9
	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
	4	36



## Zadatak D: Drvene dašćice

Vremensko ograničenje: 1.5 s

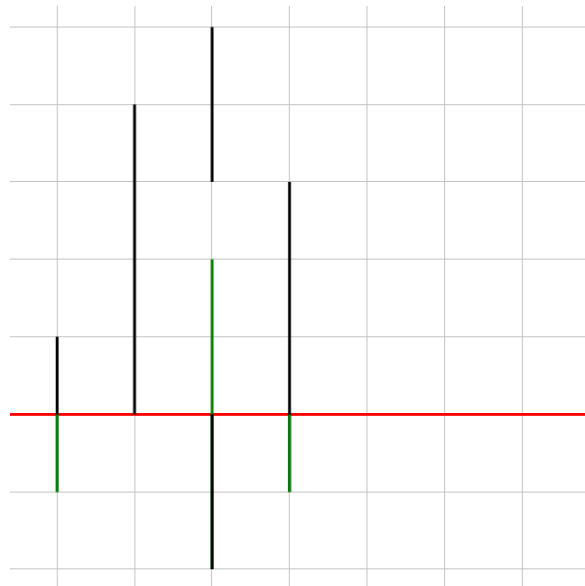
Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Kako se snižavaju temperature, tako i raste potražnja drva za ogrjev. Ispred poslovnice drva formirao se red, a na vrhu reda je naravno naš Gospodin Malnar.

Drvosječa Darko u svojoj radionici ima  $n$  debla drva. Gospodin Malnar ima specifičan zahtjev te želi točno  $k$  metara drva, što stavlja drvosječu Darku u probleme, no srećom sa sobom ima svoju vjernu pilu.

Debla su poslagana paralelno sa zidom poslovnice te će Darko postaviti svoju pilu okomito na njih i jednom snažno zasjeći, prepilivši time sva debla na putu. Naravno, poslovnicu Gospodin Malnar vidi kao koordinatni sustav, gdje su debla dužine paralelne s  $y$ -osi te drvosječa siječe sve dužine na nekom pravcu paralelnom s  $x$ -osi. No ekscentričnim zahtjevima Gospodina Malnara tu nije kraj, on zahtjeva sva tek prepiljena debla te od tih prepiljenih isključivo kraći kraj. Ako su krajevi jednakih duljina, zadovoljit će se s bilo kojim, ali dakako ne s oba.

Drvosječa Darko je ipak završio samo drvodjelsku srednju školu, pa nije siguran kako točno ispuniti svim zahtjevima Gospodina, zato je vas pozvao u pomoć! Ako postoji pravac kojim Darko može presijeći debla tako da je zbroj duljina kraćih krajeva točno  $k$ , ispišite ga, a ako Darku nema pomoći ispišite  $-1$ . Ako ih ima više, ispišite onaj s najmanjom  $y$  koordinatom.



Slika D.1 prikazuje rezanje iz prvog primjera zadatka

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) i  $k$  ( $1 \leq k \leq 10^9$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećih  $n$  redaka nalaze se brojevi  $x_{1_i} y_{1_i} x_{2_i} y_{2_i}$  ( $1 \leq x_{1_i}, y_{1_i}, x_{2_i}, y_{2_i} \leq 10^9, x_{1_i} = x_{2_i}$ ) koji označavaju koordinate krajeva  $i$ -tog debla.

### Izlazni podaci

U jedinom retku potrebno je ispisati pravac s najmanjom  $y$  koordinatom koji zadovoljava uvjet zadatka. Ako rješenje ne postoji ispišite  $-1$ . Vaše će se rješenje smatrati točnim ako je apsolutna i relativna pogreška manja od  $10^{-5}$ .



## Probni primjeri

**ulaz**

5 4  
1 2 1 4  
2 3 2 7  
3 1 3 5  
3 6 3 8  
4 2 4 6

**izlaz**

3.00000

**ulaz**

5 4  
1 1 1 5  
2 1 2 5  
3 1 3 5  
4 1 4 5  
5 1 5 5

**izlaz**

1.80000



## Zadatak E: Ekscentrična enkripcija

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Gospodin Malnar jučer je održao predavanje o Cezarovoj šifri te zaključio da bi bila pogodna za šifriranje njegovih tajnih poruka. No, kako se ipak radi o Gospodinu Malnaru, odlučio ju je malo unaprijediti te stvorio takozvanu *Malnarovu šifru*. Ključ se sastoji od tri broja  $a, b, c$  ( $0 \leq a, b, c < 26$ ). Za zadanu riječ engleske abecede  $S$ , Gospodin Malnar prvo slovo ciklički pomakne za  $a$ , drugo za  $b$ , treće za  $c$ , i ponovno četvrto za  $a$ , peto za  $b$  te tako dokgod nije šifrirao cijelu riječ te time dobio novu riječ  $T$ .

Ciklički pomak za jedno mjesto pretvara slovo  $a$  u slovo  $b$ , slovo  $b$  u slovo  $c$  i sve do slova  $z$  koje pretvara u slovo  $a$ . Ciklički pomak za neki drugi prirodan broj primjena je cikličkog pomaka za jedan taj broj puta, odnosno ciklički pomak za 0 ne mijenja ni jedan znak.

Sada Gospodina Malnara zanima za par riječi  $S$  i  $T$  postoji li ključ takav da se šifriranjem riječi  $S$  *Malnarovom šifrom* dobije riječ  $T$ . U slučaju da postoji takav ključ, moli vas da ispišete neki.

### Ulazni podaci

U prvom retku nalazi se riječ  $S$  ( $3 \leq |S| \leq 3 \cdot 10^5$ ).

U drugom retku nalazi se riječ  $T$  ( $3 \leq |T| \leq 3 \cdot 10^5$ ).

### Izlazni podaci

Potrebno je ispisati tri broja  $a, b, c$  ako postoji takav ključ, odnosno  $-1$  ako ne postoji. Ako postoji više točnih ključeva, moguće je ispisati bilo koji.

### Probni primjeri

**ulaz**

jfbmg

hozmb

**izlaz**

-1

**ulaz**

hnjehui

hhmebxi

**izlaz**

0 20 3

**ulaz**

abcde

fghj

**izlaz**

-1



## Zadatak F: Fleksibilan fikus

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Gospodin Malnar promatrao je svoj fikus i zaključio da nije dovoljno *fleksibilan*. Njegov fikus možemo zamisliti kao stablo s  $n$  čvorova gdje svaki čvor ima svoju *fleksibilnost*  $F_i$ . Gospodin Malnar odrezat će neki skup čvorova tako da stablo ostane povezano i da ostane barem  $k$  čvorova. Tada se *fleksibilnost* stabla definira kao bitovni and  $F_i$  svih čvorova unutar stabla. Sada ga zanima koja je najveća *fleksibilnost* koju može postići.

### Ulazni podaci

U prvom su retku brojevi  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) i  $k$  ( $1 \leq k \leq n$ ) tj. broj čvorova u stablu i broj  $k$  iz teksta zadatka.

U drugom retku nalazi se  $n$  brojeva od kojih  $i$ -ti označava  $F_i$  ( $0 \leq F_i < 2^{30}$ ).

U sljedećih  $n - 1$  redaka nalaze se brojevi  $u_i$  te  $v_i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq n, u_i \neq v_i$ ) koji označavaju da su čvorovi  $u_i$  te  $v_i$  spojeni bridom.

### Izlazni podaci

U jedinom retku potrebno je ispisati maksimalnu fleksibilnost koju Gospodin Malnar može postići.

### Probni primjeri

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
5 4	4 2
6 2 7 10 5	3 1 3 2
1 2	1 2
2 3	2 3
2 4	3 4
1 5	<b>izlaz</b>
<b>izlaz</b>	2
2	

**Pojašnjenje prvog probnog primjera:** Najveća se fleksibilnost postiže micanjem čvora 5.





## Zadatak G: Grozne granice

Vremensko ograničenje: 1.5 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Države Europske Unije možemo zamisliti kao graf u kojem između svake dvije države postoji točno jedan put, tj. kao stablo. Države su označene brojevima od 1 do  $n$  s time da je Hrvatska označena brojem 1. Kako ove godine Gospodin Malnar predsjedava Europskom unijom, potrebno je organizirati brojne sastanke. Predstavnici država su čudni te se jako vole kretati u grupama, stoga pri svom putovanju za Hrvatsku, prvo će se u svakoj državi sastati svi oni koji na svom putovanju prolaze kroz tu državu te će potom zajedno s predstavnikom te države nastaviti svoje putovanje kao grupa do sljedeće države, gdje će se opet spojiti zajedno s još predstavnikom sve dok se svi zajedno ne nađu na sastanku u čvoru 1. (Za detaljnije objašnjenje pogledati objašnjenje prvog primjera.)

Nažalost, među državama Europske Unije uvedena je carina na ljude! Za svaku državu poznata je njezina carina  $c_i$  te će svaka osoba morati platiti tu cijenu prilikom ulaska u državu, naravno predstavnici države ne plaćaju carinu u svojoj državi. No, carinici su cinični prema cijeloj ideji Europske Unije, pa su u svakoj državi odlučili najvećoj grupi ljudi koja zajedno dolazi naplatiti dvostruku cijenu, ako ima više jednako velikih grupa naplatit će onoj koja dolazi iz države s najmanjom oznakom. Promjene su u Europskoj Uniji burne pa vas je gospodin Malnar zamolio da podržite tri ključne operacije:

- 1  $v$  - kada bi se trenutno održao sastanak, koliko novaca bi morao platiti predstavnik države  $v$
- 2  $v c$  - država  $v$  mijenja cijenu carine na  $c$
- 3  $v c$  - pojavila se nova država s oznakom  $k$ ,  $k$  je najmanji prirodan broj takav da ne postoji država s tom oznakom, koja ima carinu  $c$  te je spojena na državu  $v$

Gospodin Malnar izgubljen je među svim obavezama te vas moli da napravite program s kojim će moći brzo odgovarati na ova pitanja. Sljedeća dva tjedna su ključna!

### Ulazni podaci

U prvom su retku brojevi  $n$  i  $q$  ( $1 \leq n, q \leq 10^5$ ) koji označavaju početni broj država te broj operacija.

U sljedećem retku nalazi se  $n$  brojeva od kojih  $i$ -ti označava  $c_i$  ( $0 \leq c_i \leq 10^9$ ), tj. carinu  $i$ -te države.

U sljedećih  $n - 1$  redaka nalaze se brojevi  $u_i$  te  $v_i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq n, u_i \neq v_i$ ) koji označavaju da su države  $u_i$  te  $v_i$  spojene bridom.

Neka  $lastans$  označava odgovor na zadnju operaciju tipa 1 u nekom trenutku, odnosno  $lastans = 0$  ako nije bilo operacija tipa 1. Neka je  $k$  najveća oznaka neke države do tog trenutka. Neka  $\oplus$  označava bitovnu operaciju xor.

Ako je  $i$ -ti događaj tipa 1, onda se u retku nalaze brojevi  $1 v'$  ( $0 \leq v' \leq 10^{18}, 1 \leq v \leq k$ ) te je  $v = v' \oplus lastans$ .

Ako je  $i$ -ti događaj tipa 2, onda se u retku nalaze brojevi  $2 v' c'$  ( $0 \leq v', c' \leq 10^{18}, 1 \leq v \leq k, 0 \leq c \leq 10^9$ ) te je  $v = v' \oplus lastans, c = c' \oplus lastans$ .

Ako je  $i$ -ti događaj tipa 3, onda se u retku nalaze brojevi  $3 v' c'$  ( $0 \leq v', c' \leq 10^{18}, 1 \leq v \leq k, 0 \leq c \leq 10^9$ ) te je  $v = v' \oplus lastans, c = c' \oplus lastans$ .

### Izlazni podaci

Potrebno je u  $i$ -tom retku ispisati odgovor na  $i$ -tu operaciju tipa 1.



## Probni primjeri

**ulaz**

7 5  
4 6 3 4 0 5 9  
2 3  
3 6  
4 1  
5 1  
1 6  
7 6  
2 5 0  
2 6 3  
3 5 4  
1 2  
1 16

**izlaz**

20  
4

**ulaz**

5 5  
6 2 2 7 5  
1 3  
2 3  
3 5  
5 4  
3 1 0  
1 6  
1 4  
2 10 11  
1 10

**izlaz**

6  
14  
26

**Pojašnjenje prvog probnog primjera:** Zato što je tek četvrta operacija prva tipa 1,  $lastans = 0$  te operacija nije mijenjanja. Predstavnik države 2 putuje u državu 3 i plaća dvostruku carinu 6 zato što je jedina te stoga i najveća grupa koja ulazi u taj grad. Sada predstavnici iz gradova 2 i 3 zajedno ulaze u grad 6, zato što se ta grupa sastoji od dvoje ljudi, a grupa iz čvora 7 od samo jedne osobe, oni plaćaju dvostruku carinu tj. predstavnik grada 2 plaća carinu 6. Nakon toga zajedno predstavnici država 2, 3, 6 i 7 putuju u državu 1 te opet plaćaju dvostruku carinu kao najveća grupa, stoga predstavnik države 2 plaća 8. To čini ukupnu svotu  $6 + 6 + 8 = 20$ .

U petoj operaciji  $lastans = 20$  stoga je  $v = 16 \oplus 20 = 5$ . Predstavnik države 5 sam putuje u državu 1, zato što nije najveća grupa plaća jednostruku carinu tj. 4.



## Zadatak H: Hrskave hrstule

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Kile je šef poznatog Zagrebačkog restorana. Nedavno je dao otkaz da bi uzeo posao iz snova kao pekar u slastičarnici kod Gospodina Malnara, jer kod Gospodina Malnara je ipak najbolje. A i uvijek mu je najdraži dio jela bio desert.

Prvog ga je dana na poslu dočekao u kuhinji stol s  $n$  tanjura, a na  $i$ -tom tanjuru  $A_i$  vrhunskih kolača. Kile je spreman za posao, no nije bio svjestan jednog ključnog problema, od rada sa svim tim slasticama svako ga malo obuzme glad.

Svake će minute napraviti jednu od tri akcije:

ISPECI  $x y$  – dodaje na  $x$ -ti tanjur  $y$  novih slastica

POJEDI  $x y$  – Kile je toliko gladan da je s  $x$ -tog tanjura uzeo i pojeo  $y$  kolača

POSLUZI  $y$  – svaki tanjur na kojem se nalazi barem  $y$  kolača iznosi iz kuhinje i poslužuje gostima

Tanjuri se ne vraćaju u kuhinju, te indeksi tanjura ostaju nepromijenjeni. Kileta zanima koliko je tanjura u svakoj pojedinoj operaciji POSLUZI otišlo iz kuhinje. Pomozite mu odgovoriti na njegovo pitanje tijekom sljedećih  $q$  minuta.

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) i  $q$  ( $1 \leq q \leq 10^5$ ) iz teksta zadatka.

U drugom se retku nalazi  $n$  brojeva od kojih  $i$ -ti označava  $a_i$  ( $0 \leq a_i \leq 10^9$ ).

U sljedećih  $q$  redaka nalazi se opis događaja.

Ako je  $i$ -ti događaj ISPECI u retku se nalaze brojevi  $x$  ( $1 \leq x \leq n$ ) i  $y$  ( $0 \leq y \leq 10^9$ ).

Ako je  $i$ -ti događaj POJEDI u retku se nalaze brojevi  $x$  ( $1 \leq x \leq n$ ) i  $y$  ( $0 \leq y \leq 10^9$ ). Garantiramo da će Kile uspješno odraditi sve događaje tipa POJEDI, tj. uvijek će  $x$ -ti tanju sadržavati barem  $y$  kolača.

Ako je  $i$ -ti događaj POSLUZI u retku se nalazi broj  $y$  ( $0 \leq y \leq 10^9$ ).

### Izlazni podaci

Potrebno je za svaki upit tipa POSLUZI ispisati koliko je kolača izneseno.



## Probni primjeri

**ulaz**

```
6 7
2 5 0 3 7 1
POSLUZI 6
ISPECI 3 4
POJEDI 2 2
ISPECI 1 3
POSLUZI 4
POSLUZI 3
ISPECI 6 4
```

**izlaz**

```
1
2
2
```

**ulaz**

```
4 6
1 2 6 2
ISPECI 2 2
POSLUZI 3
POJEDI 1 1
POSLUZI 1
ISPECI 1 3
POSLUZI 4
```

**izlaz**

```
2
1
0
```



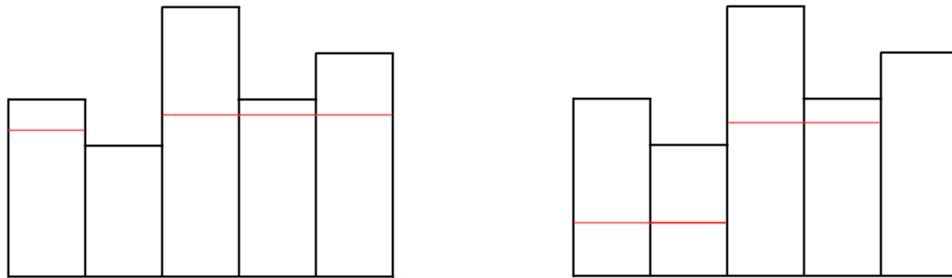
## Zadatak I: Idilična ivica

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

U svojem vrtu Gospodin Malnar posjeduje ogradu sačinjenu od  $n$  stabljika ivice (biljke, ne Puljka) te je visina  $i$ -te stabljike jednaka  $A_i$  i Gospodin Malnar zna da je ukupna visina svih stabljiki jednaka  $S$ .

Kako bi obnovio svoju ogradu, Gospodin Malnar odlučio je podrezati biljke na određenoj visini. Stabljike ivice su krhke te stoga svaku stabljiku smije rezati najviše jednom. Također, Gospodin Malnar nije jako vješt sa škarama te kako bi si olakšao posao, ako reže neku stabljiku na nekoj visini  $v$  onda i svaku susjednu stabljiku strogo višu od  $v$  mora podrezati na toj visini. Primijetite da nije nužno da Gospodin Malnar podreže svaku stabljiku, možda je zaboravio škare pa neće podrezati nijednu.



Slika I.1 Lijevo je primjer dobrog rezanja, desno je primjer krivog rezanja, nedozvoljeno je rezanje između 2. i 3. odnosno 4. i 5. stupca.

Gospodina Malnara zanima za svaku duljinu  $X$  od 0 do  $S$ , na koliko različitih načina može rezanjem dobiti ogradu čija je ukupna duljina jednaka  $X$ . Dvije su ograde različite ako postoji biljka različitih visina u tim ogradama. Ne zanima ga baš točan broj, nego ostatak pri dijeljenju s 998 244 353.

### Ulazni podaci

U prvom je retku broj  $n$  ( $1 \leq n \leq 2000$ ) tj. broj stabljika u ogradi.

U drugom retku nalazi se  $n$  brojeva gdje  $i$ -ti označava  $A_i$  ( $0 \leq A_i \leq 2000$ ), tj. visinu  $i$ -te stabljike.

Dodatno vrijedi da je zbroj svih visina  $A_i$  tj.  $S \leq 2000$ .

### Izlazni podaci

Potrebno je ispisati  $S + 1$  redaka od kojih u  $i$ -tom je označen ostatak pri dijeljenju broja mogućih ograda s ukupnim zbrojem  $i - 1$  s 998 244 353.



## Probni primjeri

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
4	3	5
0 0 1 6	4 6 0	1 1 2 1 0
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
1	1	1
0	0	0
1	1	0
1	0	0
1	1	1
1	0	1
1	1	
1	0	
	1	
	1	
	1	

**Pojašnjenje prvog probnog primjera:** U prvom primjeru nemoguće je postići ogradu ukupne duljine 1, ako režemo 3. stabljiku na visini 0 onda moramo i 4. stabljiku na visini 0. Analogno ako režemo 4. stabljiku, moramo rezati 3. stabljiku. Za sve brojeve od 2 do 7 postoji točno jedan način za postići tu ogradu, od 2 do 6 rezanjem 4. stupca te 7 ne čineći ništa. Ogradu ukupne duljine 0 moguće je postići rezanjem svega na visini 0.



## Zadatak J: Još jači

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Jednom davno u dalekoj zemlji živio je car Malnar koji je volio ratovati. Ostala su se kraljevstva udružila protiv njega i s jednom velikom vojskom krenula u napad na njegov dvorac.

Jedini je put do dvorca dugačka staza, uz koju je postavljeno  $n$  tornjeva. Na tom putu,  $i$ -ti toranj vidi interval od  $l_i$  do  $r_i$  te se na njemu nalazi  $p_i$  strijelaca. Svaki strijelac može u jednoj sekundi pogoditi jednog vojnika.

Stazom prolazi velika vojska koja se sastoji od  $k$  vojnika. Vojska prelazi jedan metar u sekundi. Primjerice, ako vojska naiđe na toranj koji nadzire područje od 2 do 5 i na njemu se nalazi jedan strijelac, on će pogoditi 3 vojnika prije nego što vojska izađe iz njegovog vidokruga. U blizini svakog tornja nalazi se i selo. U  $i$ -tom selu nalazi se  $s_i$  seljaka koji su voljni pomoći i svi zajedno postati strijelci  $i$ -tog tornja za  $c_i$  zlatnika. Car Malnar je ~~pošten~~ velikodušan i želi potrošiti što manje zlatnika kako bi porazio protivničku vojsku. Pomozite mu!

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ) i  $k$  ( $1 \leq k \leq 10000$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećih  $n$  redaka nalaze se prirodni brojevi  $l_i, r_i, p_i$  ( $1 \leq l_i, r_i, p_i \leq 1000, l_i < r_i$ ), koji redom predstavljaju lijevu i desnu granicu vidokruga  $i$ -tog tornja, te broj strijelaca na  $i$ -tom tornju. Intervali tornjeva mogu se preklapati.

U sljedećih  $n$  redaka nalaze se prirodni brojevi  $s_i, c_i$  ( $1 \leq s_i \leq 1000, 1 \leq c_i \leq 10^5$ ), koji označavaju da  $i$ -tom tornju za  $c_i$  zlatnika može pomoći  $s_i$  seljaka.

### Izlazni podaci

U prvom i jedinom retku potrebno je ispisati koliko je minimalno zlata potrebno potrošiti da se porazi protivnička vojska. Ako vojsku nikako nije moguće poraziti ispišite "PREDAJA" (bez navodnika).

### Probni primjeri

**ulaz**

3 17  
1 4 2  
3 5 3  
5 7 1  
4 10  
1 3  
2 6

**izlaz**

6

**ulaz**

2 20  
1 2 1  
2 4 2  
4 14  
3 20

**izlaz**

PREDAJA